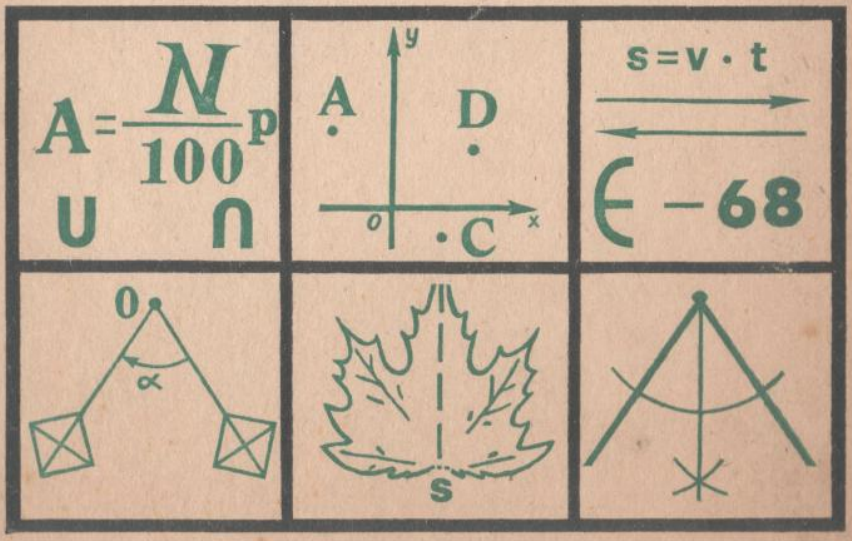
VISIT…

МАТЕМАТИКА

5



МАТЕМАТИКА

5 КЛАСС

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

под редакцией А. И. МАРКУШЕВИЧА

Утверждено Министерством просвещения СССР

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ, ПЕРЕРАБОТАННОЕ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ПРОСВЕЩЕНИЕ»
МОСКВА — 1971

511 (075)
М — 34

Н. Я. ВИЛЕНКИН, К. И. НЕШКОВ,
С. И. ШВАРЦБУРД, А. Д. СЕМУШИН,
А. С. ЧЕСНОКОВ

Пособие написано в соответствии с новой программой по математике для V класса, утверждённой Министерством просвещения СССР.

В нём содержатся разделы «Положительные и отрицательные числа», «Делимость натуральных чисел», «Обыкновенные дроби. Действия над обыкновенными и десятичными дробями», «Геометрические построения». В конце каждого пункта выделены упражнения для домашней работы, которые отмечены знаком ▼.

6—6

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава I.

ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА.

§ 1. Формулы.

1. Формула пути 7
2. Формула процентов 10

§ 2. Направления и числа.

3. Вправо или влево, вверх или вниз 13
4. Числовая прямая 15
5. Координаты точек на прямой 18
6. Противоположные числа 20
7. Подмножество 22
8. Модуль числа 24
9. Сравнение чисел 25
10. Координатная плоскость 29

§ 3. Сложение.

11. Как изменяются величины 33
12. Сложение с помощью числовой прямой 34
13. Сложение отрицательных чисел 38
14. Сложение чисел с разными знаками 39
15. Законы сложения 42

§ 4. Вычитание.

16. Правило вычитания 45
17. Раскрытие скобок и заключение в скобки 50
18. Решение уравнений 54

§ 5. Умножение.

19. Правила умножения 56
20. Переместительный и сочетательный законы умножения . . . 60
21. Коэффициент 62
22. Распределительный закон умножения 65
23. Вынесение множителя за скобки 66
24. Приведение подобных слагаемых 68
25. Возведение в степень 71

§ 6. Деление.

26. Правила деления 73
27. Решение уравнений 77
28. Решение задач с помощью уравнений 80

§ 7. Диаграммы и графики.

29. Столбчатые диаграммы 83
30. Графики 85

Глава II.

ДЕЛИМОСТЬ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ.

§ 8. Делители и кратные.

31. Делитель 92
32. Общие делители. Пересечение и объединение множеств . . . 93
33. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа . . . 96
34. Кратное 97
35. Формула числа, кратного данному 98
36. Общее кратное. Наименьшее общее кратное 100

§ 9. Признаки делимости.

37. Делимость суммы 101
38. Делимость произведения 103
39. Признаки делимости на 2 и на 5 104
40. Признак делимости на 3 106

§ 10. Разложение чисел на простые множители.

41. Простые и составные числа 108
42. Как разложить число на простые множители 109
43. Нахождение наибольшего общего делителя с помощью разложения чисел на простые множители 111
44. Нахождение наименьшего общего кратного с помощью разложения чисел на простые множители 113

Глава III.

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ. ДЕЙСТВИЯ НАД ОБЫКНОВЕННЫМИ И ДЕСЯТИЧНЫМИ ДРОБЯМИ.

§ 11. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями.

45. Изображение дробей 115
46. Сравнение дробей с одинаковыми знаменателями 118
47. Сложение и вычитание дробей 120
48. Сложение и вычитание смешанных чисел 122

§ 12. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями.

49. Сокращение дробей 124
50. Приведение дробей к новому знаменателю 127

51. Приведение дробей к общему знаменателю 129
52. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями . . . 132
53. Сложение и вычитание смешанных чисел 135
54. Замена единицы дробью при вычитании 138

§ 13. Умножение и деление.

55. Умножение дроби на дробь 140
56. Запись смешанного числа в виде неправильной дроби. Умножение смешанных чисел 146
57. Взаимно обратные числа 149
58. Деление дробей 150
59. Умножение смешанного числа на натуральное 154
60. Нахождение дроби числа и числа по его дроби 157
61. Решение задач 160

§ 14. Действия над обыкновенными и десятичными дробями.

62. Запись обыкновенной дроби в виде десятичной 163
63. Бесконечные десятичные дроби 165
64. Сложение и вычитание 167
65. Умножение и деление 169
66. Выражение, записанное в виде дроби 171

§ 15. Длина окружности. Площади треугольника и круга.

67. Площадь треугольника 177
68. Длина окружности 179
69. Площадь круга 180

Глава IV.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОСТРОЕНИЯ.

§ 16. Параллельность.

70. Инструменты для геометрических построений 182
71. Взаимное расположение прямой и окружности 185
72. Построение равных фигур 187
73. Сумма углов треугольника 188
74. Параллельные прямые 189
75. Параллельный перенос фигуры 193

§ 17. Симметрия.

76. Фигуры, симметричные относительно прямой 196
77. Построение оси симметрии двух точек 199
78. Деление отрезка на две равные части 201
79. Построение перпендикуляра к прямой 202
80. Деление угла на две равные части 203
81. Фигуры, имеющие ось симметрии 205

§ 18. Построение треугольников.

82. Равнобедренные и равносторонние треугольники 208
83. Построение треугольника по трём сторонам 210
84. Построение треугольника по стороне и двум прилежащим к ней углам 213
85. Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними 216
86. Поворот фигуры около точки 218

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

87. Из истории арифметики и алгебры 222
88. Задачи повышенной трудности 227
Приложение. Таблица простых чисел (до 997) 239

Глава I.

ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА.

§ 1. ФОРМУЛЫ.

1. Формула пути.

Задача 1. Электропоезд шёл 3 *ч* со скоростью $80\frac{км}{ч}$. Какой путь прошёл электропоезд?

Чтобы решить задачу, надо 80 умножить на 3:

$$80 \cdot 3 = 240 \ (км).$$

Задача 2. Человек шёл 5 *ч* со скоростью $4\frac{км}{ч}$. Какой путь прошёл человек?

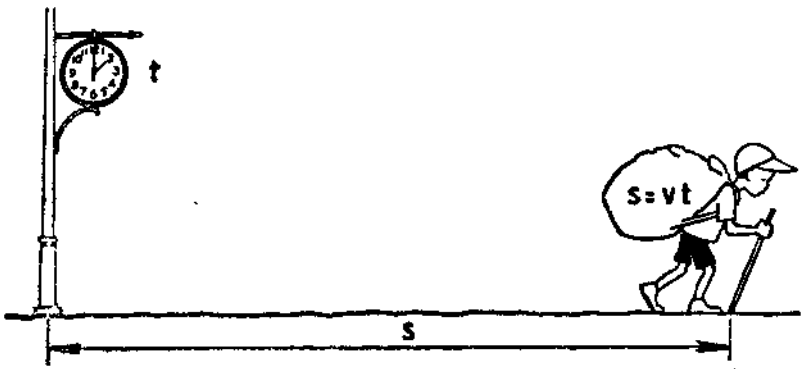
Чтобы решить задачу, надо 4 умножить на 5

$$4 \cdot 5 = 20 \ (км).$$

Обе задачи решаются одним и тем же способом, по одному и тому же правилу: ***Чтобы найти пройденный путь, надо скорость умножить на время.***

Это правило можно записать короче в виде формулы. Обозначим скорость в километрах в час буквой v, время в часах — буквой t, а пройденный путь в километрах — буквой s. Чтобы получить s, надо v умножить на t:

$$s = vt.$$



Формулу $s = vt$ называют **формулой пути.** По этой формуле можно найти значение любой из трёх переменных, если известны значения двух остальных.

Пример 1. Какой путь проедет велосипедист за 2,5 *ч*, если будет ехать со скоростью 12,4 $\frac{км}{ч}$?

По условию задачи: $v = 12{,}4$; $t = 2{,}5$. Подставим в формулу $s = vt$ вместо переменной v её значение 12,4, а вместо t — значение 2,5:

$s = 12{,}4 \cdot 2{,}5;$
$s = 31.$

$$\begin{array}{r} 12{,}4 \\ \times\ 2{,}5 \\ \hline 62\,0 \\ +\ 248 \\ \hline 31{,}00 \end{array}$$

Пример 2. За 1,2 *ч* самолёт пролетел 900 *км*. С какой скоростью летел самолёт?

По условию задачи: $s = 900$; $t = 1{,}2$. Подставим в формулу $s = vt$ вместо переменной s её значение 900, а вместо t — значение 1,2:

$$900 = v \cdot 1{,}2.$$

Решим полученное уравнение:

$v = 900 : 1{,}2;$
$v = 750.$

$$\begin{array}{r|l} 9000 & 12 \\ \hline 84 & 750 \\ \hline 60 & \\ 60 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Пример 3. За сколько часов проедет мотоциклист 76 *км*, если будет ехать со скоростью 95 $\frac{км}{ч}$?

По условию задачи: $s = 76$; $v = 95$. Подставим в формулу $s = vt$ вместо переменной s её значение 76, а вместо v — значение 95:

$$76 = 95t.$$

Решим полученное уравнение:

$t = 76 : 95;$
$t = 0{,}8.$

$$\begin{array}{r|l} 76 & 95 \\ \hline 760 & 0{,}8 \\ 760 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

1. Решите по формуле $s = vt$ задачи:
   а) С какой скоростью водитель должен вести танк, чтобы за 0,8 *ч* пройти 52 *км*?
   б) Какой путь пролетит самолёт за 1,4 *ч*, если будет лететь со скоростью 1800 $\frac{км}{ч}$?
   в) Африканский страус бежит со скоростью 36 $\frac{км}{ч}$. За сколько часов он пробежит расстояние 3,6 *км*?
2. Заполните таблицу, используя формулу $s = vt$.

v \ t	2	4	7,2	10
5				
12				
25				
40,5				

3. Можно ли по формуле $s = vt$ решить задачу: «Найдите расстояние, которое пролетит космический корабль за 30 *сек*, если он будет лететь со скоростью 8,2 $\frac{км}{ч}$»?
   В каких единицах получится значение s?

▼

4. Решите по формуле $s = vt$ задачи:
   а) Какой путь проползёт улитка за 0,5 *ч*, если она будет ползти со скоростью 0,07 $\frac{км}{ч}$?
   б) С какой скоростью летел гусь, если за 3,3 *ч* он пролетел 264 *км*?
   в) Реактивный самолёт летит со скоростью 1800 $\frac{км}{ч}$. За сколько часов он пролетит расстояние 4320 *км*?
5. Найдите значение выражения:

$(86{,}48 : 37{,}6 + 1{,}08) \cdot 3{,}2.$

2. Формула процентов.

Задача. Площадь поля 720 *га*. 65 % поля засеяли пшеницей. Сколько гектаров засеяли пшеницей?

Один процент поля (сотая часть поля) составляет 7,2 *га*:

$$720 : 100 = 7{,}2 \ (га).$$

Пшеницей засеяли 65 % поля, то есть:

$$7{,}2 \cdot 65 = 468 \ (га).$$

При решении задачи мы нашли число 468. Оно составляет 65 процентов числа 720. Для этого нам пришлось число 720 разделить на 100 и полученное частное умножить на 65.

Чтобы найти несколько процентов какого-либо числа, надо это число разделить на 100 и полученный результат умножить на число процентов.

Запишем это правило в виде формулы.

Пусть нашли p % от числа N и в результате получили число A. Тогда по правилу нахождения нескольких процентов от числа $A = (N : 100)\, p$. Обычно деление записывают с помощью черты дроби:

$$A = \frac{N}{100} \cdot p.$$

По этой формуле можно найти не только значение A, но и значение N или p.

Пример 1. По плану завод должен выпустить за месяц 400 комбайнов. За первую половину месяца было выполнено 58 % месячного плана. Сколько комбайнов выпустил завод за первую половину месяца?

По условию задачи: $p = 58$; $N = 400$.

Подставим в формулу $A = \frac{N}{100} \cdot p$ вместо переменной N её значение 400, а вместо p — значение 58:

$$A = \frac{400}{100} \cdot 58;$$

$$A = 232.$$ *Ответ*: 232 комбайна.

Пример 2. В сплав входит 48 *кг* меди. Это составляет 15 % веса сплава. Каков вес сплава?

По условию задачи: $p = 15$; $A = 48$. Подставим в формулу вместо переменной A её значение 48, а вместо p — значение 15:

$$48 = \frac{N}{100} \cdot 15.$$

Решим полученное уравнение:

$$\frac{N}{100} = 48 : 15;$$

$$\frac{N}{100} = 3{,}2;$$

$$N = 320.$$

Ответ: 320 *кг*.

Пример 3. Из 950 т сахарной свёклы получили 209 т сахара. Сколько процентов сахара содержалось в свёкле?

По условию задачи: $A = 209$; $N = 950$. Подставим в формулу $A = \frac{N}{100} \cdot p$ вместо переменной A её значение 209, а вместо N — значение 950:

$$209 = \frac{950}{100} \cdot p.$$

Решим полученное уравнение:

$$209 = 9{,}5\ p;$$
$$p = 209 : 9{,}5;$$
$$p = 22.$$

$$\begin{array}{r|l} 2090 & 95 \\ \underline{-\ 190} & \overline{22} \\ 190 & \\ \underline{-\ 190} & \\ 0 & \end{array}$$

Ответ: 22 %.

6. Найдите по формуле процентов:
   а) значение N, если $p = 0{,}25$ и $A = 7{,}5$;
   б) значение p, если $A = 242{,}4$ и $N = 202$;
   в) значение A, если $p = 50$ и $N = 41{,}1$.
7. Решите по формуле процентов задачи:
   а) Площадь огорода 480 *га*. Из них 26,4 *га* отведено под огурцы. Сколько процентов огорода отведено под огурцы?
   б) В пятых классах школы 160 учеников. В первой четверти было 7,5 % отличников. Сколько отличников было в первой четверти?

в) За неделю завод выпустил 130 холодильников, выполнив месячный план на 25%. Сколько холодильников должен выпустить завод за месяц по плану?

г) Из 350 *кг* свежих вишен получилось 77 *кг* сушёных. Сколько процентов сушёных вишен получилось из свежих (по весу)?

8. При сушке 80 *кг* слив их вес уменьшился на 54,4 *кг*. Сколько процентов сушёных слив получилось из свежих (по весу)?

9. После снижения цен на 12% сапоги стоят 35,2 руб. Сколько стоили сапоги до снижения цен?

10. Латунь — это сплав цинка и меди. В куске латуни содержится 24% цинка. Сколько граммов цинка в этом куске латуни, если в нём 190 *г* меди?

11. Во всех первых классах одного города учится 2450 девочек. Сколько учеников в первых классах этого города, если мальчики составляют 51% всех первоклассников?

12. Из молока получается 20% сливок. Из сливок получается 21% масла. Сколько надо взять молока, чтобы получить 10,5 *кг* масла?

13. Из 3 *кг* соли и 47 *кг* воды приготовили рассол для огурцов. Сколько процентов соли содержится в этом рассоле?

▼

14. Из 3200 человек населения посёлка 60% составляют рабочие. Сколько рабочих проживает в посёлке?

15. Картофель содержит 20% крахмала. Сколько картофеля нужно для получения 14,8 *кг* крахмала?

16. В пятом классе учатся 32 человека, из них 8 отличников. Сколько процентов учащихся класса составляют отличники?

17. В классе 18 мальчиков, что составляет 45% всех учащихся класса. Сколько девочек в классе?

18. В книге 160 страниц. В первый день Витя прочитал 52 страницы, а во второй день — на 16 страниц больше, чем в первый. Сколько процентов всей книги осталось прочитать Вите?

19. Найдите значение выражения:

а) $88{,}4 : 3{,}4 - 32{,}76 : 4{,}2 + 37{,}4$;

б) $(3{,}926 : 1{,}3 + 29{,}8 \cdot 0{,}1) : 15$.

§ 2. НАПРАВЛЕНИЯ И ЧИСЛА.

3. Вправо или влево, вверх или вниз.

20. Белка вылезла из дупла и бегает по стволу дерева вверх и вниз (рис. 1). Покажите, где будет находиться белка, если она удалится от дупла на 3 *м*? Сколько ответов можно дать на этот вопрос?

21. Чтобы определить положение белки на дереве, недостаточно знать её расстояние от дупла. Надо ещё знать, где она находится — выше или ниже дупла. Покажите на рисунке 1, где окажется белка, если она будет:

а) выше дупла на 2 *м*;

б) ниже дупла на 3 *м*;

в) ниже дупла на 1,5 *м*;

г) выше дупла на 2,5 *м*.

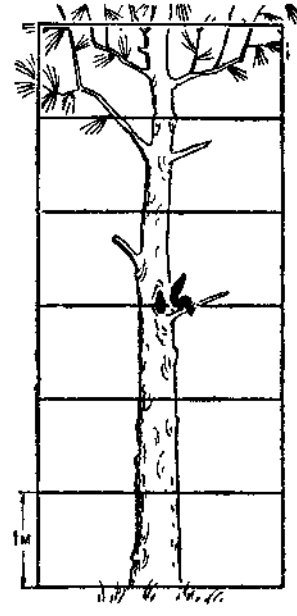


Рис. 1.

22. Поезд вышел со станции Петропавловск (рис. 2) и идёт со скоростью $90\ \frac{км}{ч}$. В какой город придёт поезд через 3 *ч*?

23. Чтобы определить положение поезда на железной дороге, недостаточно знать его расстояние от станции Петропавловск. Надо ещё знать, куда он идёт — в Новосибирск или в Челябинск. Если он идёт в Новосибирск, то через 3 *ч* придёт на станцию Омск, а если в Челябинск, то на станцию Курган. Где будет находиться поезд (см. рис. 2):

а) через 10 *ч*, если он идёт в Новосибирск,

б) через 5 *ч*, если он идёт в Челябинск?

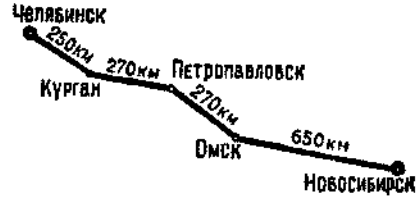


Рис. 2.

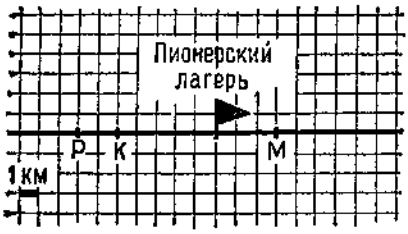


Рис. 3.

24. Из пионерского лагеря (рис. 3) выходит отряд пионеров и движется по шоссе. Покажите, где будет находиться отряд:
а) через 2 ч, если он идёт со скоростью 4 $\frac{км}{ч}$,
б) через 3 ч, если он идёт со скоростью 3 $\frac{км}{ч}$.

Что ещё надо знать, чтобы на каждый вопрос был только один ответ?

25. Находясь в походе, пионеры оставили письма в пунктах K, M и P (см. рис. 3). Где по отношению к лагерю оставлены письма?

26. Проведите прямую слева направо и отметьте на ней точку O. Отметьте на той же прямой точки A, B, C и K, если известно, что:
а) A правее O на 6 клеток;
б) B левее O на 5,5 клетки;
в) C правее O на 7,5 клетки;
г) K левее O на 2 клетки.

27. Измерьте в сантиметрах расстояние от точки O (рис. 4) до точек C и P. Где на прямой находится каждая из этих точек по отношению к точке O?

Рис. 4.

28. Где по отношению к узлу верёвки находится каждая птица (рис. 5)?

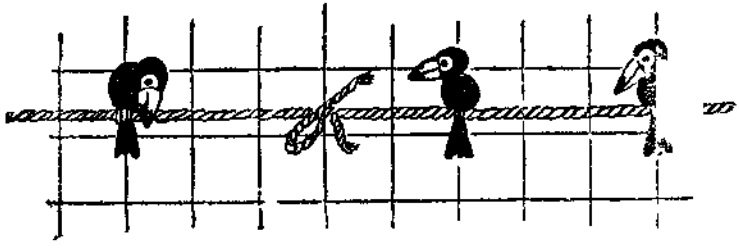


Рис. 5.

29. Начертите в тетради слева направо прямую и отметьте на ней точку O. Отметьте на этой прямой точки M, N, P и K, если известно, что:

а) M правее O на 12 клеток;
б) N левее O на 6 клеток;
в) P левее O на 8 клеток;
г) K правее O на 3 клетки.

30. Сплав олова и меди весом 16 *кг* содержит 55% олова. Сколько килограммов меди содержит сплав?

4. Числовая прямая.

Определить положение точки на прямой было бы легче, если бы на ней была шкала. Но для прямой не годятся те шкалы, которые нам встречались раньше, ведь теперь нужно отсчитывать расстояние не в одном направлении, а в двух.

Построим новую шкалу. Возьмём на прямой точку O и примем её за начало отсчёта. Выберем единичный отрезок. Отложим в обе стороны от начала отсчёта 1, 2, 3 и т. д. единичных отрезка. Получится ряд точек. Над каждой из них напишем её расстояние от начала отсчёта O. Новая шкала изображена на рисунке 6. Эта шкала неудобна тем, что на ней одно и то же число стоит над двумя разными точками. Например, число 2 стоит и над точкой A и над точкой B. Поэтому надо ещё указать, в ка-

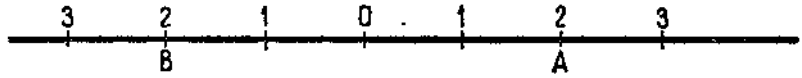


Рис. 6.

ком направлении откладывается отрезок (рис. 7). Обычно делают по-другому. По одну сторону от начала отсчёта отмечают числа 1, 2, 3 и т. д. Это направление называют положительным.

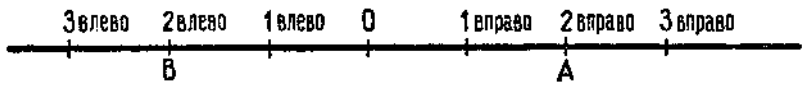


Рис. 7.

Положительное направление на прямой обозначают стрелкой (рис. 8). По другую сторону от начала отсчёта отмечают те же

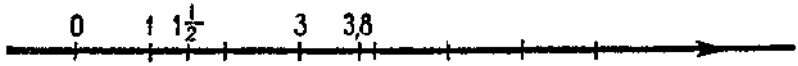


Рис. 8.

числа, но перед ними пишут знак минус (рис. 9). Это направление называют **отрицательным**, а числа, расположенные в

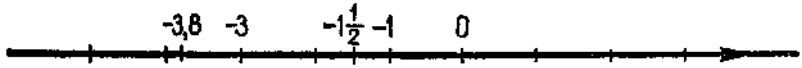


Рис. 9.

этом направлении, — **отрицательными числами**. Так -1; $-1\frac{1}{2}$; -3; $-3{,}8$ — отрицательные числа. Они читаются так: «минус один», «минус одна целая одна вторая», «минус три», «минус три целых восемь десятых». Числа 1; $1\frac{1}{2}$; 3; 3,8 и т. д. называют **положительными**. Их иногда пишут со знаком «плюс». Так что, например, «плюс восемь» и «восемь» — это одно и то же число, только по-разному обозначенное: $+8 = 8$.

Обычно положительное направление идёт **вправо**, а отрицательное — **влево**.

Шкалу с различными числами — положительными, отрицательными и нулём — имеют термометры, которыми измеряют температуру. Начало отсчёта соответствует температуре таяния льда. При 100° закипает вода, а при $-39°$ замерзает ртуть.

Прямую линию с нанесённой на ней шкалой называют **числовой прямой** или **числовой осью** (рис. 10). Число 0 отделяет на числовой прямой положительные числа от отрицательных. Само оно не является ни положительным, ни отрицательным числом.

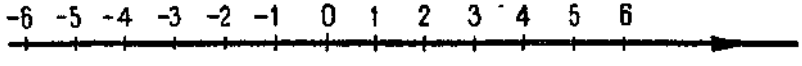


Рис. 10.

31. Отметьте на прямой числа: 3; -2; -4; 5; -1; 1; -3. Примите за единичный отрезок одну клетку тетради.
32. Начертите прямую, выберите на ней начало отсчёта и обозначьте его буквой O. Отметьте на этой прямой точки M, N, K и P, если точке M соответствует число 0,8, точке N — чис-

ло — 1,2; точке K — число —0,5 и точке P — число 1,2. Примите за единичный отрезок десять клеток.

33. Какие числа соответствуют точкам A, B, C и D на числовой прямой (рис. 11)?

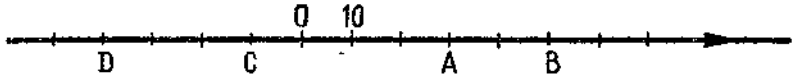


Рис. 11.

34. Установите на демонстрационном термометре столбик так, чтобы он показывал температуру:

а) —12°; в) —7°; д) —8,5°;
б) —11°; г) 3°; е) 7,3°.

35. Прочитайте показания термометров, изображённых на рисунке 12. Какую температуру будет показывать каждый из этих термометров, если температура:

а) повысится на 1°; в) повысится на 5°;
б) понизится на 1°; г) понизится на 5°?

36. Я выглянул в окно и увидел, что термометр показывает 5°. Звать ли мне товарища на каток? Сможем ли мы кататься на коньках завтра, если температура понизится на 11°?

37. На здании Московского университета установлен термометр со стрелкой. Какую температуру показывает этот термометр (рис. 13)?

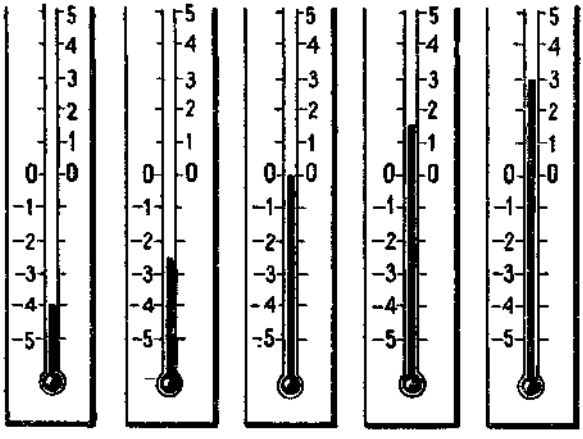


Рис. 12.

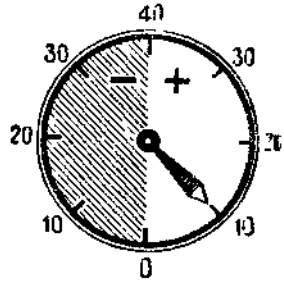


Рис. 13.

▼

38. Отметьте на прямой числа: 0; −2; −1,2; $\frac{4}{5}$; 1,6; −0,2. Примите за единичный отрезок пять клеток тетради.

39. В поезде ехало 660 пассажиров, причём детей было втрое, а женщин вдвое больше, чем мужчин. Сколько детей ехало в поезде?

40. Выполните действия:

$(18{,}36 - 0{,}64 : 0{,}8) \cdot 0{,}2$.

5. Координаты точек на прямой.

Точке A на числовой прямой (рис. 14) соответствует число −4, точке B — число 2 и т. д. Число −4 называют координатой точки A, число 2 — координатой точки B. *Координатой*

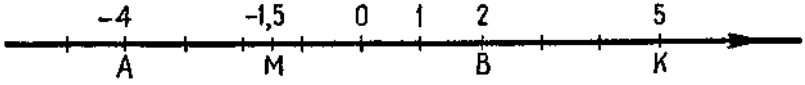


Рис. 14.

точки на числовой прямой называется число, которое соответствует этой точке. Например, точки M и K имеют координаты −1,5 и 5. Координату точки записывают в скобках вслед за названием точки: A (−4); M (−1,5); K (5). Запись «A (−4)» читают так: «точка A с координатой минус четыре».

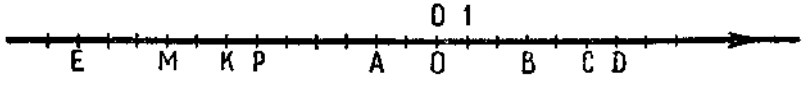


Рис. 15.

41. Запишите координаты точек O, A, B, C, D, P, K, M и E (рис. 15). Начало отсчёта — точка O.

42. Изобразите на прямой точки: A (1); B (8,3); C (−6); D (6); M (−2,4); K (2,4).

43. Треугольный флажок находится в точке с координатой −2, а прямоугольный — в точке с координатой 2 (рис. 16). Найдите начало отсчёта и масштаб. Запишите координаты точек B, C и D.

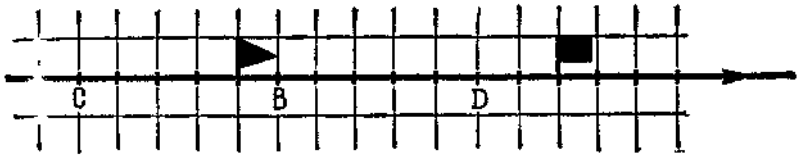


Рис. 16.

44. Отметьте на прямой точки, имеющие кординаты —7; 3,3; —5,2; —1; 2; —1,8.

45. Изобразите точками на прямой числа:

а) —6; 3; —5; —8; 10; —11; 9; 7; —7;

б) 2; —1; —3; —5; 4.

46. Найдите по шкале (рис. 17) высоты гор и глубины морей и океанов.

47. На прямой отметили точки A (—2) и B (7). Найдите расстояние в единичных отрезках между точками A и B.

48. Назовите какие-нибудь три числа, расположенные на числовой прямой:

а) правее числа 11;

б) левее числа —8;

в) левее числа —820;

г) правее числа —78.

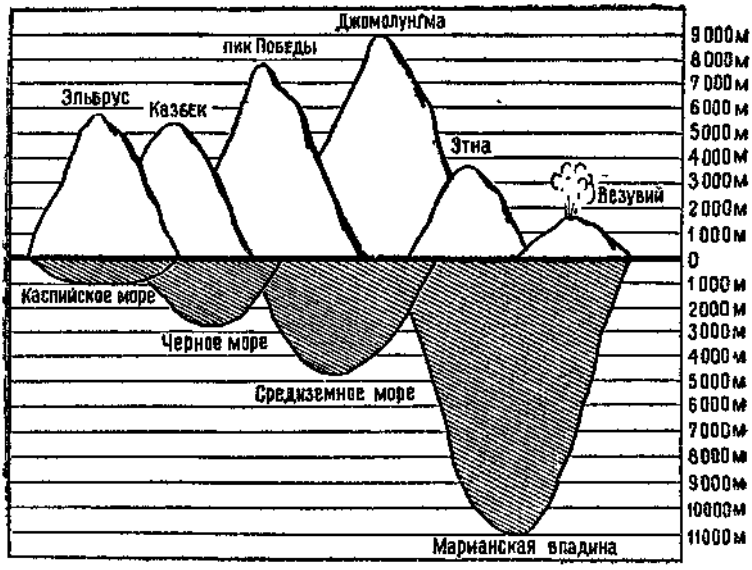


Рис. 17.

49. Найдите число, которое на числовой прямой удалено:
а) от числа —8 на 6 единиц;
б) от числа 4 на 10 единиц;
в) от числа —4 на 10 единиц;
г) от числа 0 на 100 единиц.

50. Напишите два числа, равноудалённые от числа —11. Напишите ещё три пары таких чисел.

51. M — множество чисел, расположенных на числовой прямой между числами —245 и —100. Какие из чисел: —311; —254,3; —177; —104; —100,3; —67; 150 — принадлежат этому множеству?

▼

52. Отметьте на прямой точки $M(-3)$; $N(4)$; $P(-8,1)$; $K(3,3)$; $T(-7)$; $C(7)$.

53. Составьте шкалу температуры от $-60°$ до $60°$, приняв одно деление за $5°$. Отметьте на этой шкале точку замерзания ртути ($-39°$), нормальную температуру человеческого тела ($36,6°$), точку замерзания бензина ($-60°$).

54. Два тракториста вспахали 12,32 *га* земли, причём один из них вспахал в 1,2 раза меньше другого. Сколько гектаров земли вспахал каждый тракторист?

55. Вес сливок составляет 16% веса молока. Сколько сливок получится из 12,5 *т* молока?

56. Найдите значение выражения $4,7m+3,6m-0,83$, если $m=3,06$; 30,6.

6. Противоположные числа.

Точки с координатами 5 и —5 (рис. 18) одинаково удалены от точки O и находятся по разные стороны от неё. Чтобы попасть из точки O в эти точки, надо пройти одинаковые расстояния, но в противоположных направлениях. Такие числа, как 5 и — 5, называются **противоположными числами**: 5 противоположно —5, а —5 противоположно 5. Для каждого числа есть одно противоположное ему число. На числовой прямой оно расположено на таком же расстоянии от начала отсчёта, но в противоположном направлении. Нуль считают про-

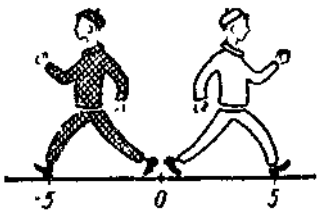


Рис. 18.

тивоположным самому себе. Число, противоположное числу a, обозначают так: $-a$. Если $a=-7{,}8$, то $-a=7{,}8$; если $a=8{,}3$, то $-a=-8{,}3$; если $a=0$, то и $-a=0$.

Запись «—(—15)» означает число, противоположное числу —15. Так как число, противоположное —15, равно 15, то $-(-15)=15$.

Теперь запись «—25» можно прочитать двумя способами: «минус двадцать пять» и «число, противоположное двадцати пяти».

Натуральные числа, числа, им противоположные, и число нуль называют целыми числами. Множество натуральных чисел обозначают буквой N, а множество целых чисел — буквой Z:

$$N = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots\};$$
$$Z = \{\ldots,\ -5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots\}.$$

57. Найдите числа, противоположные числам —276; 124; —321; 62; 9; —1; 1; —7,8; 9; 0,5; $-\frac{2}{3}$; $4\frac{1}{5}$.

58. Подставьте вместо звёздочки такое число, чтобы получилось верное равенство:

а) $-(-80)=*$; в) $-(-247)=*$;
б) $3{,}5=-*$; г) $8{,}2=-*$.

59. Найдите значение выражения:

а) $-m$, если $m=-8$; 25; —1,6; —13;
б) k, если $-k=27$; —35; 7,1; —6,9; 80; —90;
в) $-(-t)$, если $t=41$; —3,6; 0.

60. Каким числом является $-x$, если число x: а) отрицательное; б) нуль; в) положительное?

61. Заполните пустые места в таблице и отметьте все числа таблицы на прямой:

x	3		—5		0		—6
$-x$		4		—2		—1	

62. Найдите координаты точек A, B и C (рис. 19).

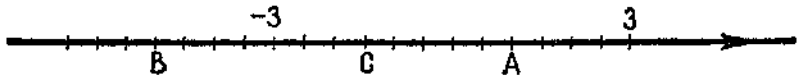


Рис. 19.

63. Решите уравнения:

а) $-x = 607$; б) $-a = -30{,}04$.

64. Какие из высказываний верны и какие неверны:

а) $4 \in N$; д) $-5 \in Z$;
б) $4 \in Z$; е) $-5 \in N$;
в) $0 \in N$; ж) $1{,}2 \in N$;
г) $0 \in Z$; з) $1{,}2 \in Z$?

65. Какие целые числа расположены на числовой прямой между числами:

а) -8 и -5; в) -2 и 2
б) -3 и 0; г) $-3{,}6$ и $4{,}2$?

▼

66. Какие числа противоположны числам: 124; -124; 37; -38; 3; -4; 0?

67. Два поезда шли с одинаковой скоростью, причём один из них был в пути 9 *ч*, а другой 5 *ч*. С какой скоростью шли поезда, если второй прошёл на 290 *км* меньше, чем первый?

68. Выполните действия:

$8{,}12 \cdot 0{,}25 + 3{,}24 \cdot 0{,}25$.

7. Подмножество.

Множество K (рис. 20) состоит из окружности, круга, треугольника, четырёхугольника, пятиугольника и шестиугольника, а множество M — из круга и треугольника. Каждый элемент множества M принадлежит также и множеству K. Говорят, что множество M есть подмножество множества K. Записывают это так: $M \subset K$. Запись $M \subset K$ читают: M есть подмножество K.

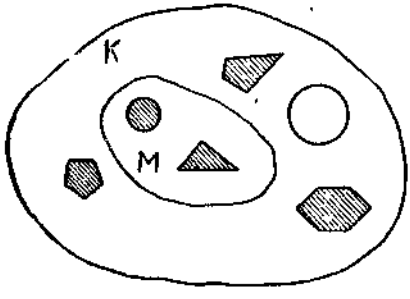


Рис. 20.

Приведём еще примеры

подмножеств. Множество мальчиков нашего класса составляет подмножество множества учащихся нашего класса.

Множество $\{1, 2, 3\}$ имеет подмножества: $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$. Само множество $\{1, 2, 3\}$ также является подмножеством множества $\{1, 2, 3\}$. Считают, что пустое множество является подмножеством любого множества. Поэтому $\varnothing \subset \{1, 2, 3\}$. Значит, множество $\{1, 2, 3\}$ имеет 8 подмножеств.

Любое натуральное число является числом целым. Поэтому множество натуральных чисел есть подмножество множества целых чисел:

$$N \subset Z.$$

69. Из множества $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ выделите подмножество:

а) нечётных чисел; в) однозначных чисел;

б) чётных чисел; г) двузначных чисел.

70. Является ли множество A подмножеством множества B, если:

а) $A = \{x, y, p\}$, $B = \{x, y, p, k\}$;

б) A — множество парт в классе, B — множество предметов в этом же классе;

в) $A = \{$Лермонтов, Пушкин$\}$, B — множество русских поэтов;

г) A — множество городов Советского Союза, B — множество столиц союзных республик?

71. Верны ли записи:

а) $\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$; в) $\{1, 2, 3, 4\} \subset \{1, 2, 3, 5\}$;

б) $\{4, 3, 2, 1\} \subset \{1, 2\}$; г) $\{7, 5, 3, 1\} \subset \{1, 7, 3, 5\}$?

72. Вместо звёздочки напишите знак $\subset$ или знак $\in$, чтобы получилась верная запись:

а) $\{3; 7\} * \{3, 7; 8\}$; в) $\varnothing * \{3, 7, 8\}$; д) $-2 * Z$;

б) $7 * \{3, 7; 8\}$; г) $\{5, 6\} * N$; е) $N * Z$.

▼

73. Из множества $\left\{\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{2}{5}; \frac{5}{2}; \frac{7}{7}\right\}$ выделите подмножество:

а) правильных дробей; б) неправильных дробей;

74. Выполните действия:

$4{,}76 + 3{,}24 : 0{,}8 + (0{,}623 + 1{,}12 \cdot 3{,}8) : 4{,}1.$

8. Модуль числа.

Число —6 соответствует точке M на числовой прямой (рис. 21). Расстояние точки M от начала отсчёта равно 6 единичным отрезкам. Это расстояние называют м о д у л е м числа —6. Значит, модуль числа —6 равен 6. Пишут: $|-6| = 6$. Модуль числа 5 равен 5, так как точка B (5) удалена от начала отсчёта на 5 единичных отрезков. Модуль числа 0 равен 0, так как точка O (0) удалена сама от себя на 0 единичных отрезков (см. рис. 21).

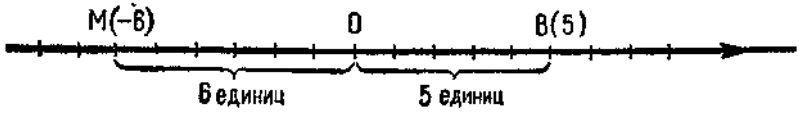


Рис. 21.

Модулем числа называется расстояние от начала отсчёта до точки, которой соответствует это число.

Модуль числа не может быть отрицательным. Он равен нулю только тогда, когда число равно нулю.

Модуль любого положительного числа равен самому числу:

$$|7| = 7; \quad |1{,}5| = 1{,}5.$$

Модуль любого отрицательного числа равен числу, ему противоположному:

$$|-7| = 7; \qquad |-1{,}5| = 1{,}5.$$

75. Найдите модуль каждого из чисел: 81; 1,3; —5,2; —1,5; 52; 0. Напишите соответствующие равенства.

76. Найдите значение выражения $|x|$, если $x = -12{,}3$; 12,3; —66; 83; 75.

77. Найдите расстояние от начала отсчёта до каждой из точек: A (3,7); B (—7,8); C (—200); D (315,6); E (0).

78. Найдите значение выражения:

а) $|-8| - |5|$; в) $|240| : |-80|$;

б) $|-10| \cdot |-15|$; г) $|-710| + |-290|$.

79. Найдите значение выражения:

а) $|x| - |y|$, если $x = -64,1$; $y = 52{,}8$;

б) $|x| + |y|$, если $x = -54{,}5$; $y = -7{,}6$.

80. Белка сидит на дереве в точке M (4), а дятел — в точке N (—3). Какое расстояние от дятла до белки? Кто из них дальше от дупла, если дупло принято за начало отсчёта?

81. Точка A лежит влево от начала отсчёта на 5,8 единицы, а точка B — вправо на 9,8 единицы. Чему равна координата каждой точки? Чему равен модуль каждой координаты?

82. Найдите:
а) отрицательное число, модуль которого равен 25; 4; 7,4;
б) положительное число, модуль которого равен 27; 4,8; 11,41.

83. Напишите два противоположных числа, имеющие модуль 12; 41; 0.

84. Известно, что $|a| = 7$. Чему равен $|-a|$?

85. Решите уравнение:
а) $|x| = 9$; б) $|y| = 20$; в) $|a| = 0$; г) $|m| = -3$.

86. Запишите с помощью фигурных скобок множество целых решений неравенства:
а) $|x| < 3{,}9$; б) $|y| \leqslant 3{,}8$.

▼

87. Отметьте на прямой числа, модуль которых равен 3; 8; 1; 2.

88. Напишите множество целых значений переменной x, при которых верно неравенство:
а) $|x| < 5$; б) $|x| \leqslant 6{,}3$.

89. Найдите значение выражения:
а) $|-817| - |399|$; в) $|-564| + |-299|$;
б) $|-6{,}8| : |-1{,}7|$; г) $|-24| \cdot |-125|$.

90. Для приготовления варенья на 2 части сахара берут 3 такие же по весу части ягод. Сколько надо взять сахара и сколько ягод, чтобы получить 10 *кг* варенья, если известно, что при варке вес его уменьшается в 1,5 раза?

91. Продолжительность урока 45 *мин*. На выполнение устных упражнений было затрачено 9 *мин*. Сколько процентов всего урока было затрачено на устные упражнения?

9. Сравнение чисел.

Вчера термометр показывал в комнате 18°, а сегодня показывает 21°. Вчера было холоднее, чем сегодня. Число 18 меньше числа 21: $18 < 21$. Число 18 на числовой прямой расположено левее числа 21.

Вчера термометр показывал на улице —15°, а сегодня показывает —9°. Вчера было холоднее, чем сегодня. Поэтому считают, что число —15 меньше числа —9. На числовой прямой число —15 расположено левее числа —9 (рис. 22). Можно записать: $-15 < -9$.

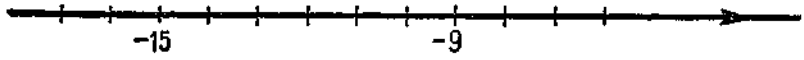


Рис. 22.

Из двух чисел меньшим считается то, которое расположено левее на числовой прямой, и бо́льшим то, которое расположено правее. Например, $-7{,}5 < 3$, так как —7,5 лежит левее, чем 3; $5 > -41$, так как 5 лежит правее, чем —41.

На числовой прямой положительные числа лежат справа от нуля, а отрицательные — слева от нуля. Поэтому ***всякое положительное число больше нуля, а всякое отрицательное число меньше нуля.***

На числовой прямой отрицательные числа лежат левее положительных. Поэтому ***всякое отрицательное число меньше всякого положительного числа*** (рис. 23).

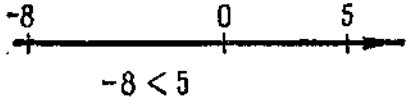


Рис. 23.

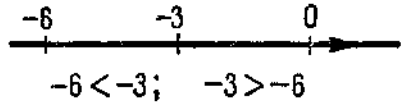


Рис. 24.

Если отметить на прямой (рис. 24) два отрицательных числа, то левее окажется то число, у которого больше модуль. Поэтому ***из двух отрицательных чисел меньше то, у которого больше модуль, и больше то, у которого меньше модуль.***

92. Отметьте на прямой числа: 0; 1; 3; —5; 8; —7; —2; —10 и —3. Сравните:

а) 0 и 3; г) —7 и 0; ж) 1 и —10; к) —5 и —3;
б) 0 и —5; д) —2 и 3; з) 3 и —3; л) —5 и —10;
в) 8 и 0; е) —7 и 1; и) 1 и 8; м) —2 и —5.

93. В Ростове и Воронеже измеряли температуру 1-го, 5-го, 10-го, 15-го, 25-го декабря в 12 ч дня. Результаты указаны в таблице. Сравните температуру в Ростове и Воронеже в одно и то же время.

Число месяца	1	5	10	15	20	25
Температура в Ростове	9,2	3,5	—2,6	—3,1	—7,8	—19
Температура в Воронеже	6,4	0	0	—1,5	—3,6	—21

94. Место, где сидит белка на дереве, будем считать точкой с координатой x, а место, где сидит дятел, — точкой с координатой y. Кто из них сидит выше, если:

а) $x = 2{,}4$; $y = 6{,}1$; в) $x = -3$; $y = 4$;

б) $x = 3$; $y = -4$; г) $x = -3$; $y = -6$?

95. Сравните числа:

а) 0 и —800; в) —39 и 201; д) —45 и —20;

б) —68 и 0; г) 59 и —80; е) —2 и —30.

96. Поставьте вместо звёздочки знак «меньше» или знак «больше» так, чтобы получилось верное неравенство:

а) $8{,}9 * 9{,}2$; в) $4{,}5 * -800$; д) $-96{,}9 * -90{,}3$;

б) $-240 * 3{,}2$; г) $-5{,}5 * -7{,}2$; е) $-1000 * 0$.

97. Решите в целых числах двойное неравенство:

а) $93 < x < 102$; в) $-1 \leqslant x < 9$;

б) $-8 \leqslant x \leqslant 0$; г) $-6{,}7 < y \leqslant -2{,}4$.

98. Пользуясь таблицей, назовите города сначала в порядке возрастания их высоты над уровнем моря, а затем в порядке убывания.

Название города	Высота в метрах над уровнем моря	Название города	Высота в метрах над уровнем моря
Москва	150	Ереван	1100
Ленинград	5	Мехико	2280
Астрахань	—25	Париж	130

99. Расположите в порядке возрастания числа: 9; —40; —15; 0; 1; —7; 7; —9.

100. Расположите в порядке убывания числа: —25; —30; 29; —5; 4; —2; 1; 0.

101. Известно, что x и y положительные числа, а n и m отрицательные. Сравните:

а) 0 и x; в) m и 0; д) x и m; ж) y и n;
б) y и 0; г) 0 и n; е) n и x; з) m и y.

102. Каким числом (положительным или отрицательным) является число x, если:

а) $x < 0$; б) $x > 0$?

103. Запишите в виде неравенства предложение:

а) $-4{,}3$ — отрицательное число;
б) 27,1 — положительное число;
в) a — отрицательное число;
г) b — положительное число.

▼

104. Поставьте вместо звёздочек знак $<$ или знак $>$, чтобы получилось верное неравенство:

а) -999^*-1000; г) -836^*-834;
б) -3542^*-2763; д) -9999^*-9998;
в) -6543^*-7831; е) 100^*-100.

105. Вместо звёздочки напишите такую цифру, чтобы получилось верное неравенство:

а) $-3841<-384^*$; в) $-^*5{,}44>-25{,}44$;
б) $-5^*83>-5183$; г) $-999{,}^*>-999{,}1$.

106. Расположите числа 2,8; $-3{,}7$; 0,5; 0; $-1{,}6$; $-1{,}1$ и 0,1:

а) в порядке возрастания; б) в порядке убывания.

107. Месячная зарплата рабочего 115 руб. Рабочий израсходовал на покупку ботинок и рубашки 20% месячной зарплаты. Сколько стоит рубашка ,если ботинки стоят 17 руб.

108. В товарном составе 60 вагонов, цистерн и платформ. Цистерн было на 4 меньше, чем платформ, а платформ — на 22 меньше, чем вагонов. Сколько цистерн было в составе?

109. Воспользуйтесь таблицей, чтобы определить, на какую сумму магазин продал мяса за 1 день торговли.

Наименование товара	Количество мяса в килограммах	Цена в рублях
Говядина	720	1,6
Свинина	510	2,1
Баранина	320	1,9

10. Координатная плоскость.

Пионеры играли в военную игру «Зарница». В начале игры звено находилось в пункте O (рис. 25). Командир звена вскрыл пакет и прочёл: «Идите на восток 5 *км*. Там под сосной найдёте дальнейшие указания». Когда пионеры прошли 5 *км* на восток, они увидели сосну, под которой был зарыт второй пакет. В нём лежала записка: «Пройдите 4 *км* на север». Когда пионеры прошли эти четыре километра, они оказались в точке B.

Если бы в записке было сказано пройти на восток 3 *км*, а на север 6 *км*, то пионеры оказались бы в точке C. Числа 5 и 4 называют координатами точки B, а числа 3 и 6 — координатами точки C. Пишут:

$$B\ (5;\ 4),\quad C\ (3;\ 6).$$

Конечно, из точки O пионеры могли пойти не на восток, а на запад. Чтобы отличить друг от друга противоположные направления, считают одно направление положительным, а второе — отрицательным. Условимся считать направление на восток положительным, а на запад — отрицательным, направление на север — положительным, а на юг — отрицательным. Например, чтобы попасть из точки O в точку D, надо пройти 4 *км* на запад и 6 *км* на север. Координаты точки D равны -4 и 6. Можно записать: $D\ (-4;\ 6)$. А координаты точки E равны -2 и -5, можно записать: $E\ (-2;\ -5)$.

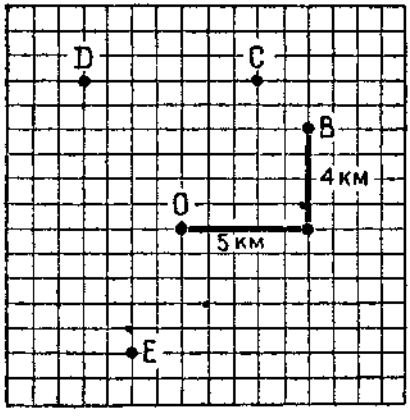


Рис. 25.

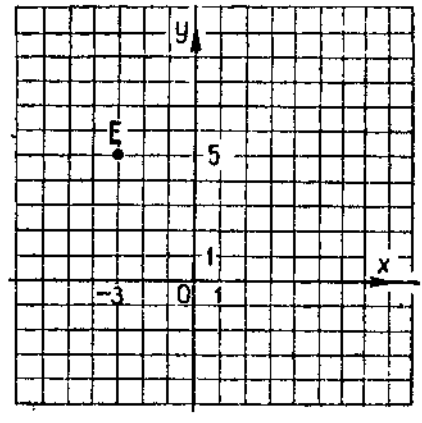


Рис. 26.

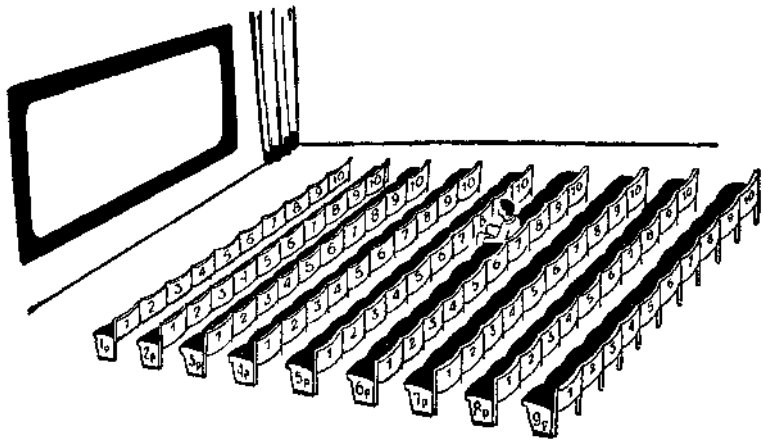


Рис. 27.

Итак, положение точки на плоскости задают двумя числами — к о о р д и н а т а м и этой точки. Для этого выбирают какую-нибудь точку O плоскости (начало отсчёта) и проводят через неё две взаимно перпендикулярные прямые. Обычно одну из них проводят слева направо, а другую — снизу вверх (рис. 26). Мы будем обозначать горизонтальную прямую OX, а вертикальную OY. Если точка E имеет координаты —3 и 5, то, чтобы попасть в эту точку от точки O, начала отсчёта, надо «пройти» сначала по прямой OX в л е в о 3 единицы, а потом в в е р х (в направлении прямой OY) 5 единиц.

Координатами часто пользуются в жизни. Например, когда вы приходите в театр или кино, то отыскиваете своё место по его координатам, указанным в билете. Первая координата означает номер ряда, а вторая — номер места в ряду (рис. 27).

110. По рисунку 27 назовите координаты зрителя, сидящего в зале.

111. Пионеры играли в военную игру «Зарница». Сначала весь отряд находился в точке O (см. рис. 25). Потом первое звено отправилось в пункт с координатами (5; 1), второе — в пункт (—2, 4); третье — в пункт (1; —3). В этих пунктах звенья оставили вымпелы. Укажите пункты, в которых оставлены вымпелы.

112. Постройте координатные прямые CX и OY и отметьте точки:
A (2; 8), B (3; —4), C (—4; 5), D (—3; —7), E (0; 5), M (0; —4), K (6; 0), P (—7; 0).

113. Найдите координаты точек A, B, C и D, отмеченных на рисунке 28.

114. У какой точки плоскости обе координаты равны нулю?

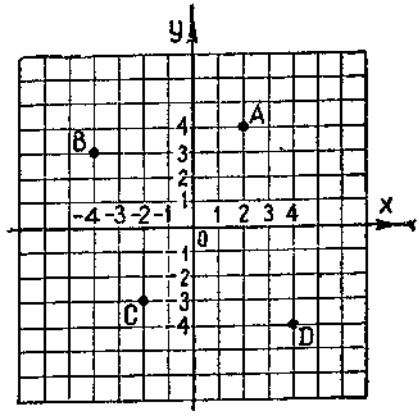


Рис. 28.

115. Начертите координатные прямые и по данным координатам вершин постройте:
а) треугольник MKP, если M (3; 3), K (3; —3), P (—3; 3);
б) четырёхугольник $ABCD$, если A (—10; 2), B (—2; —2), C (—2; —6), D (—10; —6).

116. Какие координаты имеют вершины шестиугольника (рис. 29)?

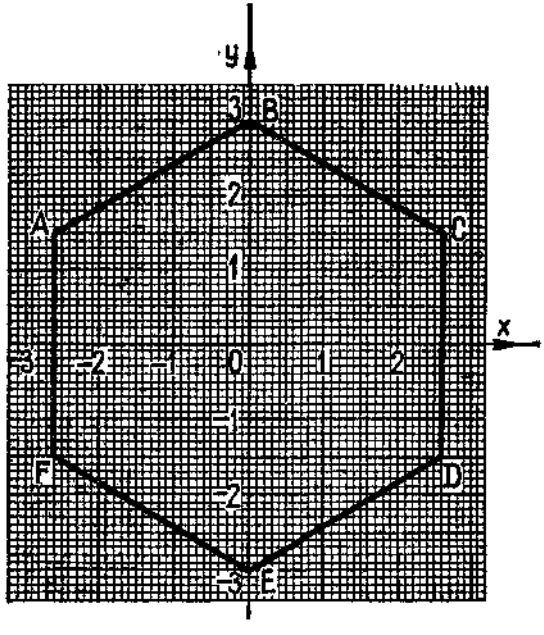


Рис. 29.

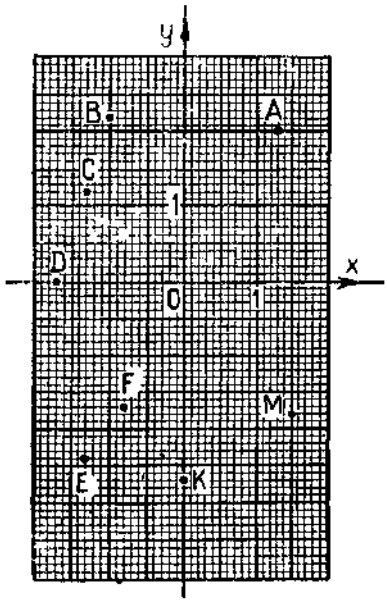


Рис. 30.

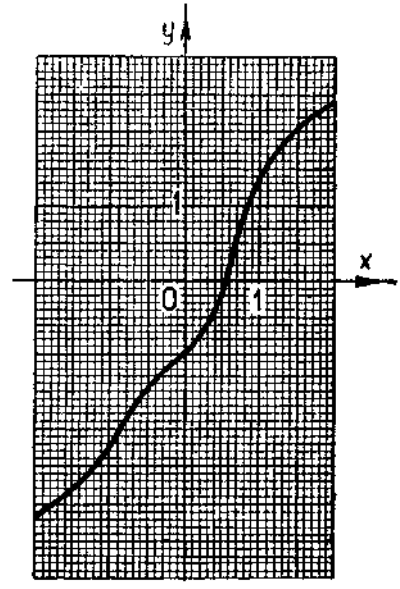


Рис. 31.

117. На миллиметровой бумаге проведены координатные прямые OX и OY (рис. 30). Какие координаты имеют точки A, B, C, D, E, F, K и M?

118. В координатной плоскости проведена линия (рис. 31). Найдите на этой линии точку:

а) первая координата которой равна 2; 1,7; —1,8;

б) вторая координата которой равна 1,8; 2,1; —1,3; —3,1; —2,5.

119. Дано множество точек $\{A, B, C, D, E\}$, где A (1;3), B (—1; 4), C (7; 5), D (0; 6), E (—4; 0). Запишите с помощью фигурных скобок подмножество, состоящее из точек, расположенных: а) выше прямой OX; б) левее прямой OY.

▼

120. Постройте ломаные $ABCDE$ и MNK по координатам их вершин $A(-6; 2)$, $B(-4; 6)$, $C(1; 1)$, $D(2; -5)$, $E(8; -1)$ и $M(-5; -5)$, $N(-1; 7)$, $K(8; 4)$. Найдите координаты точек пересечения ломаных $ABCDE$ и MNK.

121. Постройте четырёхугольник $ABCD$ по координатам его вершин $A(-8; 6)$, $B(6; 5)$, $C(1; -3)$, $D(-7; 1)$. Найдите координаты точки пересечения отрезков AC и BD.

122. Участок пути в x *км* пассажирский поезд прошёл со скоростью 60 $\frac{км}{ч}$, а другой участок пути в y *км* этот же поезд прошёл со скоростью 50 $\frac{км}{ч}$. Остановки заняли 0,1 *ч*. Какова средняя скорость поезда на всём пути? Сделайте вычисления, если $x=90$, $y=120$.

123. Первое число 62, второе составляет 80% первого, а третье — 60% второго. Найдите среднее арифметическое этих трёх чисел.

§ 3. СЛОЖЕНИЕ.

11. Как изменяются величины.

Температура может изменяться в двух направлениях: повышаться или понижаться. Пусть, например, утром температура была 3°, в середине дня 9°, а вечером 7°. За первую половину дня температура повысилась на 6°, за вторую понизилась на 2°. Повышение температуры обычно выражают положительными числами, а понижение — отрицательными. Так, если температура повысилась на 6°, то можно сказать, что она изменилась на 6°. Если температура понизилась на 2°, то можно сказать, что она изменилась на —2°.

Длина пружины может изменяться в двух направлениях: увеличиваться или уменьшаться (рис. 32). Увеличение длины выражают положительными числами, а уменьшение — отрицательными. Если говорят, что длина пружины изменилась на —6 *мм*, то это означает, что она уменьшилась на 6 *мм*. Если говорят, что длина пружины изменилась на 10 *мм*, то это означает, что она увеличилась на 10 *мм*.

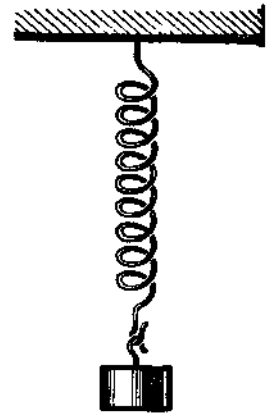


Рис. 32.

124. Объясните смысл предложения:
а) «Температура изменилась на t градусов», если $t = 28$; —30; —8; 4,5; —20; —1,7;
б) «Длина пружины изменилась на p миллиметров», если $p = 15$; —10; 12; —9; —4.

125. Температура изменилась на x градусов. Чему равно x, если температура:

а) понизилась на 6°; в) повысилась на 60°;

б) повысилась на 3,6°; г) понизилась на 35,8°?

126. Длина пружины изменилась на n миллиметров. Чему равно n, если длина пружины:

а) увеличилась на 6 *мм*; в) уменьшилась на 23 *мм*;

б) уменьшилась на 5 *мм*; г) увеличилась на 18 *мм*?

127. За первую половину дня температура изменилась на 6°, а за вторую — на —4°. Как изменилась температура за день?

128. Уровень воды в реке изменялся в течение двух дней. В первый день он изменился на —30 *см*, а во второй — на —20 *см*. Как изменился уровень воды в реке за два дня?

▼

129. Гусеница ползла по дереву. За 10 *мин* она поднялась на 30 *см*, а за следующие 10 *мин* опустилась на 18 *см*. Как изменилось положение гусеницы на дереве за эти 20 *мин*?

130. Выполните действия:

$(44{,}96+28{,}84 : (13{,}7-10{,}9)) : 1{,}8.$

131. Рабочий изготовлял в час на 5 деталей больше, чем его ученик. За 2 ч совместной работы они сделали 58 деталей. Сколько деталей в час изготовлял рабочий и сколько ученик?

12. Сложение с помощью числовой прямой.

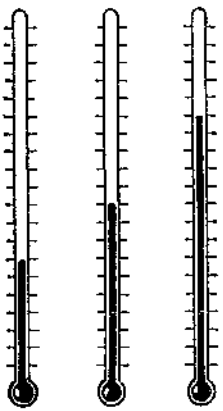


Рис. 33.

Задача 1. В первую половину дня температура воздуха изменилась на 3°, а во вторую половину — на 5° (рис. 33). На сколько градусов изменилась температура воздуха за день?

По условию задачи температура воздуха повысилась сначала на 3°, а потом на 5°. Всего температура повысилась на 8°, или изменилась на 8° (рис. 34). Мы решили эту задачу сложением чисел 3 и 5:

$$3 + 5 = 8.$$

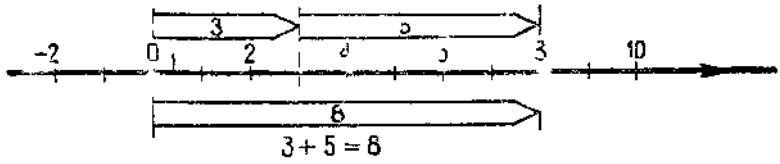


Рис 34.

З а д а ч а 2. В первую половину ночи температура воздуха изменилась на —2°, а во вторую — на —4°. Как изменилась температура воздуха за ночь?

Сначала температура понизилась на 2°, а потом ещё на 4°. Всего она понизилась на 6°, то есть температура изменилась на —6° (рис. 35). В этом случае также считают, что число —6 находится с помощью сложения чисел —2 и —4:

$$(-2) + (-4) = -6.$$

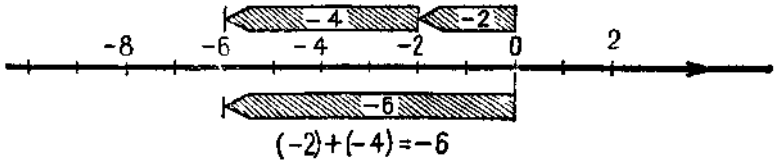


Рис. 35.

Вообще, *результат двух последовательных изменений находят с помощью сложения.*

С помощью сложения находят также результат, который получается при изменении какой-нибудь величины. Например, если температура воздуха была 8°, а потом изменилась на 3°, то она стала равной 11° (рис. 36):

$$8 + 3 = 11.$$

Число 11 лежит на числовой прямой на 3 единицы правее числа 8.

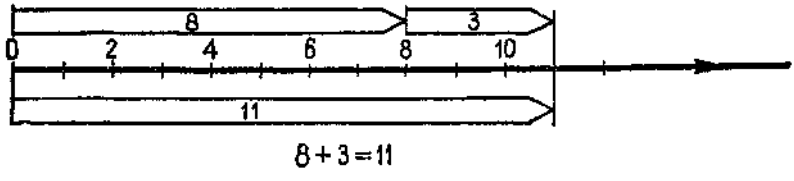


Рис. 36.

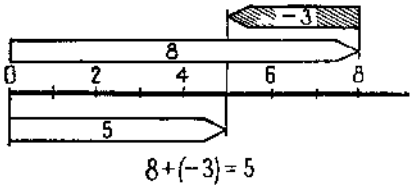


Рис. 37

Если температура была 8°, а потом изменилась на —3°, то есть понизилась на 3°, то она стала равной 5° (рис. 37):

$$8 + (-3) = 5.$$

Число 5 лежит на числовой прямой левее числа 8 на 3 единицы.

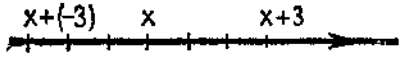


Рис. 38.

Вообще, число $x + 3$ лежит на 3 единицы вправо от числа x, а число $x + (-3)$ — на 3 единицы влево от числа x (рис. 38). Этим пользуются при сложении чисел с помощью числовой прямой (см. рис. 34—37).

132. Температура воздуха была —2°. Какой стала температура воздуха, когда она изменилась на 3°, 1°, 2°, —3°, 5°, —4°? Сложение чисел выполняйте с помощью числовой прямой.

133. В таблице указаны изменения температуры (в градусах) за первую и вторую половины дня. Узнайте с помощью числовой прямой изменения температуры за день.

Изменения температуры воздуха в градусах		
за первую половину дня	за вторую половину дня	за день
—3	—6	
—2	5	
4	—3	
2	—7	
—9	8	

134. Найдите с помощью числовой прямой сумму чисел:

а) —1 и 2; в) —3 и 4; д) —5 и 6;
б) 3 и —4; г) —5 и 4; е) —3 и —2.

135. Выполните на числовой прямой сложение чисел: 4 и 0; 0 и —3; —5 и 0. Сделайте вывод. Запишите его в виде равенства, содержащего переменную.

136. Придумайте два противоположных числа и сложите их. Проверьте результат ещё на двух парах противоположных чисел. Сделайте вывод. Запишите его в виде равенства, содержащего переменную.

137. Найдите значение выражения:

а) $((-3{,}9) + 3{,}9) + (-9{,}1)$;

б) $(0 + 4{,}8) + (-4{,}8)$.

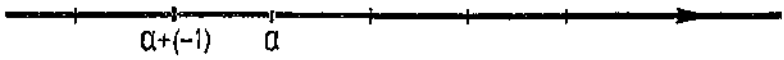


Рис. 39.

138. На числовой прямой отмечено число a (рис. 39). Как найти на этой же числовой прямой числа $a + 2$; $a + (-3)$; $a + (-4{,}5)$?

139. На числовой прямой точке A соответствует число $a + 4$, а точке B — число $a + (-4)$. Какое число соответствует середине отрезка AB?

▼

140. Найдите с помощью числовой прямой сумму чисел:

а) -4 и 5;

б) 3 и -2;

в) -6 и 8;

г) -7 и 0;

д) 8 и -8;

е) -6 и -5.

141. Володя шёл пешком 2 *ч* со скоростью 3,4 $\frac{км}{ч}$ и 1 *ч* ехал на велосипеде со скоростью 9,1 $\frac{км}{ч}$. С какой средней скоростью проделал Володя весь путь?

142. Сплав состоит из 16,4 *кг* меди и 3,6 *кг* цинка. Сколько процентов меди содержит сплав?

143. Постройте отрезок AB, если координаты точки A — числа 2 и 3, а координаты точки B — числа -1 и -6. Найдите координаты точек пересечения отрезка AB с прямыми OX и OY.

13. Сложение отрицательных чисел.

Выведем правило, с помощью которого можно складывать отрицательные числа, не пользуясь числовой прямой.

З а д а ч а. В первую половину ночи температура изменилась на —3°, а во вторую — на —5°. Как изменилась температура за ночь?

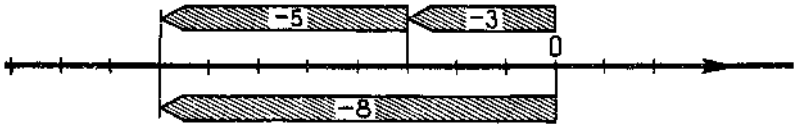


Рис. 40.

Сначала температура понизилась на 3° (3 есть м о д у л ь числа —3), а потом ещё на 5° (5 есть м о д у л ь числа —5). В результате температура понизилась на 3+5 градусов (рис. 40). Значит,

$$(-3) + (-5) = -(3 + 5) = -8.$$

Итак, при сложении отрицательных чисел получается отрицательное число, модуль которого находится с помощью сложения модулей этих отрицательных чисел.

Сумма двух отрицательных чисел есть число отрицательное. Чтобы найти модуль суммы, надо сложить модули слагаемых.

П р и м е р. Сложим числа —8,7 и —3,5.

Оба слагаемых — отрицательные числа. Поэтому их сумма — отрицательное число. Чтобы найти модуль суммы, надо сложить модули слагаемых: 8,7+3,5=12,2. Значит, (—8,7)+(—3,5) = = —12,2.

При записи суммы первое слагаемое обычно пишут без скобок.

$$-8,7 + (-3,5) = -12,2.$$

144. Выполните сложение:

а) —35 + (—9);
б) —7 + (—14);
в) —17 + (—8);
г) —5 + (—238);
д) —1,6 + (—4,7);
е) —5,6 + (—2,4);
ж) —8,8 + (—4,2);
з) —1,75 + (—8,25).

145. Поставьте вместо звёздочки знак $<$ или знак $>$ так, чтобы получилось верное неравенство:

а) —17 + (—31) * — 8;
б) —22 + (—35) * — 84;
в) —52 + (—34) * — 34;
г) —52 + (—34) * — 52.

146. Уровень воды в реке изменялся три дня. За первый день он изменился на —31 *см*, за второй — на —78 *см*, а за третий — на —26 *см*. На сколько изменился уровень воды за три дня?

147. Вечером температура воздуха была —14°. За ночь она изменилась на —6°. Какая температура стала утром?

148. Найдите значение выражения $(x + y) + (-16)$, если:
а) $x = -17$; $y = -23$; б) $x = -9{,}1$; $y = -7{,}4$.

149. Выполните сложение:
а) $-46+(-18)$; в) $-144+(-56)$; д) $-6{,}4+(-3{,}6)$;
б) $-8+(-12)$; г) $-5{,}8+(-1{,}8)$; е) $-3{,}74+(-1{,}74)$.

150. В одном элеваторе было зерна в 2 раза больше, чем в другом. Когда из первого элеватора вывезли 580 *т* зерна, то после этого в двух элеваторах стало 2360 *т*. Сколько тонн зерна было в каждом элеваторе первоначально?

14. Сложение чисел с разными знаками.

Выведем правило, с помощью которого можно складывать числа с разными знаками, не пользуясь числовой прямой.

З а д а ч а 1. В первую половину дня температура воздуха изменилась на 12°, а во вторую — на —5°. На сколько градусов изменилась температура воздуха за день?

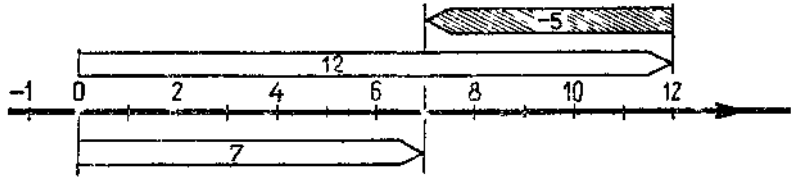


Рис. 41

По условию задачи температура воздуха сначала увеличилась на 12°, а потом уменьшилась на 5°. В результате оказалось, что она увеличилась только на 7° (рис. 41). Значит, при сложении изменений на 12° и на —5° получается изменение на 7°. Иными словами,

$$12 + (-5) = 7.$$

При сложении чисел 12 и —5 получилось положительное число, модуль которого равен разности чисел 12 и 5.

З а д а ч а 2. В первую половину ночи температура воздуха изменилась на —10°, а во вторую — на 4°. На сколько градусов изменилась температура воздуха за ночь?

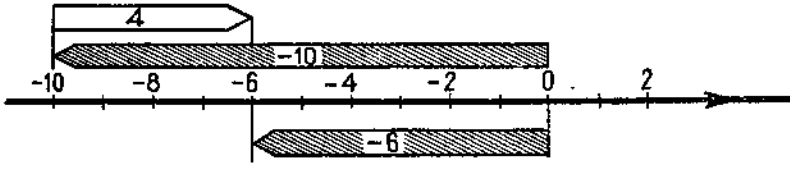


Рис. 42.

Сначала температура воздуха упала на 10°, а потом поднялась на 4°. В результате температура упала на 6° (рис. 42). Значит, при сложении изменений температур на —10° и на 4° получается изменение на —6°. Иными словами,

$$-10 + 4 = -6.$$

При сложении чисел —10 и 4 получилось отрицательное число, модуль которого равен разности чисел 10 и 4.

Сумма двух чисел с разными знаками есть число, которое имеет тот же знак, что и слагаемое с большим модулем. Чтобы найти модуль суммы, надо из большего модуля вычесть меньший.

П р и м е р 1. Сложим числа 6,7 и —3,5.

Модуль положительного слагаемого больше, чем модуль отрицательного. Значит, сумма есть положительное число. Вычитаем из модуля 6,7 модуль числа —3,5, получим 3,2 (6,7—3,5 = 3,2). Значит,

$$6{,}7 + (-3{,}5) = 3{,}2.$$

П р и м е р 2. Сложим числа 6,1 и —8,4.

Модуль отрицательного слагаемого больше, чем модуль положительного. Значит, сумма есть отрицательное число. Вычтем из модуля числа —8,4 модуль 6,1, получим 2,3 (8,4 — 6,1 = 2,3). Значит,

$$6{,}1 + (-8{,}4) = -2{,}3.$$

151. Выполните сложение:

а) $26 + (-6)$; г) $80 + (-120)$; в) $-9 + 8{,}5$;
б) $-70 + 50$; д) $-4 + (-38)$; и) $1 + (-0{,}39)$;
в) $-17 + 30$; е) $-5{,}3 + 6{,}8$; к) $-0{,}7 + (-0{,}6)$.
ж) $2{,}1 + (-7{,}2)$;

152. Найдите значение суммы и сравните его с каждым слагаемым:

а) $18 + 42$; в) $-12 + 8$;
б) $-7 + (-11)$; г) $15 + (-7)$.

153. Прибавьте:

а) к сумме -6 и -12 число 20;
б) к числу 2,6 сумму $-1{,}8$ и 5,2;
в) к сумме -10 и $-1{,}3$ сумму 5 и $-8{,}7$;
г) к сумме 11 и $-6{,}5$ сумму $-3{,}2$ и $-6{,}8$.

154. Какое из чисел: -8; 7,1; $-7{,}1$; 13; $-0{,}5$, является корнем уравнения $-6 + x = -13{,}1$?

155. Угадайте корень уравнения и сделайте проверку:

а) $x + (-3) = -11$; в) $m + (-12) = 2$;
б) $-5 + a = 15$; г) $3 + m = -10$.

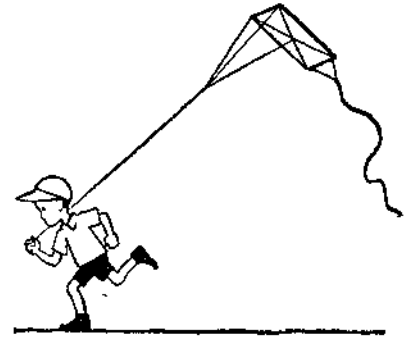
156. Представьте каждое из чисел: 10; -8; 16; $-6{,}8$; $-5{,}2$, в виде суммы двух равных слагаемых.

157. Представьте каждое из чисел: 1; -1; -2; 1,4, в виде суммы двух каких-нибудь слагаемых с разными знаками.

158. Сумма денег на счету в сберкассе вчера изменилась на p руб., а сегодня — ещё на k руб. Как изменилась сумма за эти два дня, если $p = 25$; $k = -15$?

159. Вертолёт поднялся на 120 *м*. Затем его высота менялась несколько раз: на -80 *м*, на 50 *м*, на -30 *м*, на 20 *м*, на -40 *м*, на 60 *м*. На какой высоте оказался вертолёт?

160. Воздушный змей, запущенный мальчиком, поднялся на 23 *м*. Через некоторое время высота его полёта изменилась на 5 *м*, а потом ещё изменилась на -20 *м*. На какой высоте оказался змей после двух изменений высоты?



161. Вчера термометр показывал $7°$. За ночь температура изменилась на $p°$. Какой стала температура утром? Составьте выражение и найдите его значение при $p = 4$; -7; -9; 0; -10; 1.

▼

162. Выполните сложение:

а) $17+(-5)$;
б) $-21+19$;
в) $-8+(-43)$;
г) $-0{,}5+6$;
д) $-2{,}4+(-3{,}2)$;
е) $6{,}1+(-8{,}3)$;
ж) $4{,}2+(-3{,}8)$;
з) $-5{,}7+2{,}9$.

163. Найдите значение суммы $a+b$, если:

а) $a=-1{,}6$; $b=3{,}2$; $a=-2{,}7$; $b=1{,}9$.

164. Решите уравнение:

а) $(x+36{,}1)\cdot 5{,}1=245{,}82$;
б) $(m-0{,}67)\cdot 0{,}02=0{,}0152$

165. В совхозе засеяно 2125 *га* земли кукурузой, пшеницей и подсолнечником. Кукурузой засеяно 30% всей земли, а пшеницей — на 948,3 *га* больше, чем подсолнечником. Сколько гектаров земли было засеяно каждой культурой?

166. Сплавили кусок меди, объём которого 15 *куб. см*, и кусок цинка, объём которого 10 *куб. см*. Сколько весит 1 *куб. см* сплава, если 1 *куб. см* меди весит 8,9 *г*, а 1 *куб. см* цинка весит 7,1 *г*? Полученный результат округлите до десятых долей грамма.

15. Законы сложения.

Мы знаем, что сложение положительных чисел и нуля подчиняется переместительному и сочетательному законам.

Переместительный закон: ***для любых чисел a и b верно равенство***

$$a+b=b+a.$$

Сочетательный закон: *для любых чисел a, b и c верно равенство*

$$(a+b)+c=a+(b+c).$$

Эти законы верны и в том случае, когда некоторые (и даже все) слагаемые — отрицательные числа.

С помощью законов сложения можно упростить вычисление суммы нескольких слагаемых, выполняя действие в каком угодно порядке.

В частности, если надо сложить несколько чисел, среди которых есть положительные и отрицательные, то можно сложить отдельно положительные числа и отдельно отрицательные, а потом к сумме положительных чисел прибавить сумму отрицательных.

Пример 1. $-4+(-20)+6+13+(-7)+8+(-5)=$ $=-36+27=-9$.

1) $-4+(-20)+(-7)+(-5)=-36$;
2) $6+13+8=27$;
3) $-36+27=-9$.

Пример 2. $4{,}72+(-5{,}7)+(-308{,}6)+19{,}1+(-120{,}12)+$ $+3{,}28=-434{,}42+27{,}1=-407{,}32$.

1)
$$\begin{array}{r} 5{,}7 \\ +\,308{,}6 \\ 120{,}12 \\ \hline 434{,}42 \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} 4{,}72 \\ +\,19{,}1 \\ 3{,}28 \\ \hline 27{,}10 \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{r} 434{,}42 \\ -\,27{,}1 \\ \hline 407{,}32 \end{array}$$

167. Проверьте равенство $a+b=b+a$, если:

а) $a=-2{,}6$; $b=4{,}5$;
б) $a=-1{,}6$; $b=-6{,}4$.

168. Проверьте равенство $(a+b)+c=a+(b+c)$, если:

а) $a=-1$; $b=17$; $c=-18$;
б) $a=-5{,}2$; $b=-41$; $c=-9{,}8$.

169. Найдите значение суммы:

а) $-17+5+8+17$;
б) $30+12+(-20)+(-12)$;

в) $-60 + 29 + 60 + (-29)$;
г) $-4 + (-440) + (-6) + 440$;
д) $-5 + (-10) + 16 + (-1)$;
е) $307 + 93 + (-80) + (-307)$.

170. Найдите сумму всех целых чисел, расположенных между числами -7 и 9.

171. Выполните сложение:

а) $69{,}3 + 7{,}52 + (-59{,}3) + (-6{,}52) + (-13{,}7)$;
б) $-4{,}81 + (-5{,}67) + 3{,}67 + 3{,}81 + 205{,}6$.

172. Чему равна сумма целых решений неравенства:

а) $-10 \leqslant x \leqslant 10$;
б) $-21 < x \leqslant 21$;
в) $-32 \leqslant x < 32$;
г) $-19 < x < 19$?

173. Упростите выражение:

а) $-11 + y + 8$;
б) $x + 22 + (-14)$;
в) $-38{,}6 + 40{,}6 + k$;
г) $-102 + x + (-28)$;
д) $a + (-15) + 62$;
е) $48 + (53 + p)$;
ж) $(-61{,}9 + k) + (-38{,}1)$;
з) $-90 + (p + 49)$.

▼

174. Выполните сложение:

а) $-24+(-16)+(-10)+23+17$;
б) $36+72+24+(-36)+(-72)+(-24)$.

175. Упростите выражение:

а) $-36+m+24$;
б) $n+42+(-13)$;
в) $5{,}7+(-7{,}7)+a$;
г) $-0{,}44+x+(-0{,}22)$.

176. В один магазин привезли 62,4 *т* муки, а в другой — в 3 раза больше, чем в первый. Сколько тонн муки осталось в каждом магазине после того, как было продано по 10% привезённой муки?

177. Для перевозки картофеля выделили две машины. На первую машину погрузили в 3 раза больше картофеля, чем на вторую. Сколько центнеров картофеля погрузили на каждую машину, если на вторую погрузили на 4,14 *ц* меньше, чем на первую?

§ 4. ВЫЧИТАНИЕ.

16. Правило вычитания.

Вычитание отрицательных чисел имеет тот же смысл, что и вычитание положительных чисел: по данным сумме и одному из слагаемых находят второе слагаемое. Например, вычесть из 7 число —9 — это значит найти такое число x, что

$$x + (-9) = 7.$$

Чтобы найти x, прибавим к обеим частям равенства число 9:

$$x + (-9) + 9 = 7 + 9.$$

Так как сумма противоположных чисел —9 и 9 равна нулю, то получится, что $x = 7 + 9$, или $x = 16$. Число 16 есть разность чисел 7 и —9:

$$7 - (-9) = 7 + 9 = 16.$$

Проверим ответ с помощью сложения: $16 + (-9) = 7$.

Рассмотрим другой пример: вычтем из числа 3 число 11. По смыслу вычитания надо по данной сумме 3 и известному слагаемому 11 найти другое слагаемое. Обозначим неизвестное слагаемое буквой y:

$$y + 11 = 3.$$

Прибавим к обеим частям равенства —11:

$$y + 11 + (-11) = 3 + (-11);$$

$$y = -8.$$

Получаем, что

$$3 - 11 = 3 + (-11) = -8.$$

Вообще, ***чтобы из одного числа вычесть другое, надо к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому.***

Примеры: $-20 - 39 = -20 + (-39) = -59$;

$$41 - (-17) = 41 + 17 = 58.$$

Теперь всегда можно вычесть из меньшего числа большее. Например: $21 - 38 = 21 + (-38) = -17$.

Таким образом, вычитание можно заменить прибавлением числа, противоположного вычитаемому, а сложение — вычитанием числа, противоположного слагаемому. Например:

$$41 + 17 = 41 - (-17).$$

Поэтому выражение $-18-14$ можно рассматривать и как разность чисел -18 и 14 и как сумму чисел -18 и -14. Выражение $-8 + 6 - k$ можно рассматривать как сумму трёх слагаемых: -8; 6 и k.

С помощью вычитания можно найти изменение величины. Например, если вчера вечером температура воздуха была $-15°$, а сегодня она равна $-9°$, то изменение температуры воздуха можно найти вычитанием. В самом деле, нам надо найти такое число x (изменение температуры воздуха), что $-15 + x = -9$. По смыслу вычитания второе слагаемое равно разности суммы и первого слагаемого:

$$x = -9 - (-15); \quad x = -9 + 15; \quad x = 6.$$

Значит, температура воздуха изменилась на $6°$, то есть увеличилась на $6°$.

178. Вчера термометр показывал $x°$. Сегодня температура понизилась на $12°$. Какую температуру показывает термометр сегодня, если $x = 25$; 16; 12; 10; 6; 0?

170. Найдите разность и сделайте проверку:

а) $2 - 22$; в) $-3 - (-1)$; д) $7 - (-2)$;
б) $-5 - 4$; г) $-1 - (-3)$; е) $-4 - (-6)$.

180. Выполните вычитание:

а) $10 - (-3)$; ж) $2{,}5 - 8{,}5$;
б) $12 - (-14)$; з) $0 - (-40{,}6)$;
в) $-21 - (-19)$; и) $0 - 64{,}8$;
г) $9 - (-9)$; к) $-7{,}62 - (-7{,}62)$;
д) $-1{,}4 - 1{,}4$; л) $-0{,}21 - 0$;
е) $-5{,}6 - (-3{,}1)$; м) $8{,}7 - 4{,}3$.

181. Решите уравнение и сделайте проверку:

а) $-2 + x = 4{,}3$; в) $5 - x = -1{,}7$;
б) $8{,}1 + y = -6$; г) $x + 3 = -1{,}6$.

182. Представьте в виде суммы разность:

а) $-23 - (-32)$; в) $50 - (-24)$; д) $-30 - p$;
б) $-46 - 30$; г) $x - 80$; е) $6 - (-a)$.

183. Назовите каждое слагаемое в сумме:

а) $-8 + x$; в) $-m - 25$; д) $-a + 9 - m$;
б) $x - 6$; г) $10 - a + m$; е) $-a - b - c$.

184. Найдите значение выражения:

а) $-18 - 28$; д) $62 - 28 - 40$; и) $4{,}1 - 1{,}8 - 2{,}5$;
б) $12 - 30$; е) $-50 + 37 + 30$; к) $-3{,}2 + 60 - 0{,}8$;
в) $-46 + 7$; ж) $-6 - 8 + 20$; л) $14{,}5 - 85 + 55{,}5$;
г) $54 - 51$; з) $-7 - 12 - 13$; м) $-21 + 3{,}7 + 44$.

185. Найдите значение выражения $-x + b - c - m$, если:

а) $x = -3$; $b = -4$; $c = 2$; $m = -3$;
б) $x = 0$; $b = 7$; $c = -8$; $m = 12$;
в) $x = b = c = -10$; $m = -3$;
г) $x = b = 12$; $c = m = -5$.

186. Составьте сумму из следующих слагаемых:

а) $-x$; $-y$; $-4{,}8$ и a; в) p; $-20{,}6$; $-k$; $10{,}3$;
б) $1{,}5$; $-a$; m и $-x$; г) $-7{,}6$; x; $-a$; $-b$; $-c$.

187. Упростите сумму:

а) $x + 8 - x - 22$; г) $-8 - y + (-0{,}3 + y - c)$;
б) $-x - a + 12 + a$; д) $(6{,}1 - k + p) + k - p$;
в) $a - m + 7 - 8 + m$; е) $-7{,}6 + (8 - c) + c - a$.

188. Найдите значение выражения $x - (b - c)$, если:

а) $x = -10{,}3$; $b = 3$; $c = -5$; б) $x = 0$; $b = -12$; $c = 8{,}3$.

189. Заполните таблицу и сделайте вывод.

a	b	Расстояние между $A(a)$ и $B(b)$	$\lvert a-b\rvert$
2	8		
-3	-7		
-1	6		
5	-4		

190. Температура воздуха над поверхностью озера $-24°$, а температура воды на дне озера $4°$. На сколько градусов температура воды на дне озера выше, чем температура воздуха над поверхностью озера?

191. Вертолёт летел на высоте 90 *м*, потом его высота изменилась на —25 *м*. На какой высоте оказался вертолёт?

192. В таблице указана высота в метрах над уровнем Мирового океана. Какой смысл имеют отрицательные числа в этой таблице? Найдите наибольшую глубину Байкала и найдите высоту Эльбруса над уровнем Каспийского моря.

Поверхность Каспийского моря	—28
Эльбрус	5723
Поверхность озера Байкал	455
Дно самого глубокого места Байкала	—1165

193. Найдите значение выражения:

а) $-m + p + 1 + m - 24$, если $m = 4{,}7$; $p = -7{,}9$;
б) $-5 - x - y + x - 11$, если $x = -8{,}2$; $y = 10{,}1$.

194. Решите уравнение:

а) $5 - x - 7 = -12{,}3$; б) $-y + 8 - 18 = 10{,}4$.

195. На поверхности земли около вертикального колодца, ведущего в пещеру, установлена лебёдка. С её помощью опускают человека для исследования пещеры. Сначала человека опустили на 75 *м*, потом подняли на 18 *м*, потом опустили на 12 *м*, потом подняли на 69 *м*. Оказался ли человек в результате этих подъёмов и спусков на поверхности земли?

196. Вчера вечером температура воздуха была 8°, а сегодня она стала —4°. На сколько изменилась температура воздуха?

197. Вчера термометр показывал температуру $x°$, а сегодня он показывает —6°. На сколько изменилась температура воздуха, если $x = -17; 0; 2; 6; -6$?

▼

198. Выполните действие:

а) $26-(-5)$; г) $10-7$; ж) $7-(-4{,}9)$;
б) $-4+(-18)$; д) $4{,}7-8{,}1$; з) $-5-(-2{,}9)$.
в) $14-(-18)$; е) $-3{,}3-9{,}6$;

199. Сравните выражения:

а) $(-42-37)+24$ и $(4-11)+(-23)$;
б) $(-16+87)-85$ и $-25-(-1+65)$.

200. Найдите значение выражения $(a+b)-c$, если:

а) $a=26$; $b=-14$; $c=21$; б) $a=c=-24$; $b=-39$.

201. Замените вычитание сложением и вычислите полученную сумму:

а) $24-(-13)-(-12)$; в) $-4{,}3-5{,}4-2{,}6$;
б) $-33-16-(-11)$; г) $4{,}7-(-2)-(-1{,}5)$.

202. Найдите значение выражения:

а) $13-a-71-9$, если $a=-50{,}6$;
б) $x-6-y-15+18$, если $x=-19$; $y=12{,}8$.

203. Упростите выражение:

а) $-100+a+8{,}7-a$; в) $-33+k-a-k$;
б) $-24-x+24+x$; г) $6{,}6-k+2{,}3+a-k-8{,}9$.

204. Отметьте на прямой точки $A(-4)$ и $B(9)$. Вычислите расстояние между точками A и B.

205. Из двух пунктов, расстояние между которыми 40 *км*, навстречу друг другу одновременно отправились пешеход и велосипедист. Скорость велосипедиста в 4 раза больше скорости пешехода. Найдите скорости пешехода и велосипедиста, если известно, что они встретились через 2,5 *ч* после своего выхода.

206. Из двух пунктов, расстояние между которыми 210 *км*, вышли одновременно навстречу друг другу два электропоезда. Скорость одного из них на 5 $\frac{км}{ч}$ больше скорости другого. Найдите скорость каждого электропоезда, если они встретились через 2 *ч* после своего выхода.

207. Баян стоил 106 руб. Сколько стоит баян после снижения его цены на 15%?

208. Выполните действия:

а) $27{,}36\cdot 0{,}1-26{,}36\cdot 0{,}1-0{,}09$;
б) $(54{,}23\cdot 3{,}2-54{,}13\cdot 3{,}2+0{,}68):0{,}2$.

17. Раскрытие скобок и заключение в скобки.

Выражение $a + (b + c)$ мы записываем без скобок:

$$a + (b + c) = a + b + c.$$

Это равенство выражает правило раскрытия скобок, перед которыми стоит знак плюс: ***если перед скобками стоит знак плюс, то скобки можно опустить, сохранив знак каждого слагаемого, заключённого в скобки.*** Например: $m+(x+14)=m+x+14$. В выражении $a + (b - c)$ внутри скобок стоит сумма b и $-c$, а перед скобками стоит знак плюс. Опустим скобки, сохранив знаки всех слагаемых:

$$a + (b - c) = a + b - c.$$

Точно так же получаем, что

$$a + (-b - c) = a - b - c.$$

Если выражение начинается со скобки, то считают, что перед скобкой стоит знак плюс. Поэтому

$$(a + b) - c = a + b - c.$$

Теперь научимся раскрывать скобки, перед которыми стоит знак минус. Значение выражения $-(8-17)$ равно 9. Но и значение суммы $-8 + 17$ тоже равно 9. Значит,

$$-(8 - 17) = -8 + 17.$$

Вообще, для любых чисел a и b имеем:

$$-(a + b) = -a - b.$$

Это равенство выражает правило раскрытия скобок, когда перед ними стоит знак минус: ***если перед скобками стоит знак минус, то эти скобки можно опустить, изменив знак каждого слагаемого, заключённого в скобки.*** Например:

$$a - (b + c) = a - b - c;$$
$$a - (b - c) = a - b + c;$$
$$a - (-b - c) = a + b + c.$$

209. Раскройте скобки:

а) $85 + (7{,}8 + 98)$;
б) $(4{,}7 - 17) + 7{,}5$;
в) $(-4 + 19) - 18$;
г) $-a + (m - 2{,}6)$;
д) $b + (-k + 8)$;
е) $c + (-a - b)$.

210. Раскройте скобки:

а) $64 - (90 + 100)$;
б) $0 - (81 - 16)$;
в) $0 - (3 - 60)$;
г) $48 - (-1{,}4 + a)$;
д) $-2{,}16 - (x - 5{,}14)$;
е) $-m - (1{,}8 + a)$.

211. В автобусе было 50 пассажиров. На одной остановке из него вышло 11 человек, а на другой 18. Сколько пассажиров стало в автобусе? Решите задачу двумя способами, составляя выражения.

212. В автобусе было 42 пассажира. На остановке в него вошло 15 человек, а вышло из него 7. Сколько пассажиров стало в автобусе? Решите задачу двумя способами, составляя выражения.

213. Между Москвой и Брестом находятся города Смоленск и Минск (рис. 43). От Москвы до Бреста 1100 *км*, от Смоленска до Бреста 681 *км*, а от Минска до Смоленска 331 *км*. Найдите расстояние от Москвы до Минска. Решите задачу двумя способами, составляя выражения.

Рис. 43.

214. Упростите выражение:

а) $0{,}4 + (m - 22)$;
б) $(6 - x) + 48{,}7$;
в) $-0{,}16 - (4{,}04 - m)$;
г) $(16 - a) - 20{,}7$;
д) $p - (1{,}4 + p)$;
е) $-a + (a - 1{,}1)$.

215. Раскройте скобки и найдите значение выражения:

а) $-10 + 7 + (10 - 11)$;
б) $4 - 18 - (9 - 18)$;
в) $-2{,}4 + 6{,}5 - (-6{,}5 + 4 - 8)$;
г) $3 + 0{,}7 + (3{,}1 - 10 - 2{,}9)$.

216. Упростите выражение:

а) $m - (n + m)$;
б) $(n + x) - x$;
в) $a - (a - b)$;
г) $7 + (m - 7)$;
д) $-8{,}3 + (-x + 8{,}3)$;
е) $p + (-m + k - p)$;
ж) $-a - (m - a + p)$;
з) $n + (k - a - n)$;
и) $-(m - a) - (k + a)$;
к) $m - (a + m) - (a - m)$.

217. Упростите выражение $-y - k - (-y + b - m - k)$ и найдите его значение, если:

а) $y = -6{,}6$; $b = -8{,}1$; $m = 5$; $k = 3$;
б) $b = -10{,}7$; $m = -22{,}3$.

218. Найдите значение выражения:

а) $-(a - b + c - m + 5) + a - b + c - 8$, если $m = -9{,}69$;
б) $-(a - b + m) - (b - m + 11)$, если $a = 10{,}04$.

219. Напишите сумму двух выражений и упростите её:

а) $8 - 9$ и $31 + 9$;
б) $a + 13$ и $-13 + b$;
в) $1{,}1 + a$ и $-26 - a$;
г) $-4 - m$ и $m + 6{,}4$;
д) $a + b$ и $p - b$;
е) $-m + n$ и $-k - n$;
ж) $-a + b$ и $-b + a$;
з) $m - n$ и $n - m$.

220. Напишите разность двух выражений и упростите её:

а) $-6 + 15$ и $4 - 6$;
б) $m - 25$ и $25 + m$;
в) $-3 + a$ и $a + 60{,}1$;
г) $32 - n$ и $-n + 40{,}7$;
д) $m + n$ и $k + m$;
е) $-a + b$ и $b - a$;
ж) $-p - a$ и $k - a$;
з) m и $-a + m - b$.

221. Решите уравнение:

а) $7{,}2 - (6{,}2 - x) = 2{,}2$;
б) $-5 + (a - 25) = -4$;
в) $(x + 3) - 17 = -20$;
г) $-(10 - b) + 23{,}5 = -40{,}5$.

222. Решите с помощью уравнения задачу:

а) На первой полке 42 книги, а на второй 34. Со второй полки сняли несколько книг, а с первой — столько, сколько осталось на второй. После этого на первой полке осталось 12 книг. Сколько книг сняли со второй полки?

б) В I классе 42 ученика, во II — на 3 ученика меньше, чем в III. Сколько учеников в III классе, если в I и II классах 82 ученика?

223. Заключите в скобки два последних слагаемых, поставив перед скобками плюс:

а) $-3+4+7-5$; в) $-m+2{,}4-n-b$;

б) $m-n+c-d$; г) $a-x-m+n$.

Проверьте, раскрывая скобки. Сделайте вывод.

224. Заключите в скобки три последних слагаемых, поставив перед скобками минус:

а) $-6-2+4-3{,}5$; в) $-3+b+c+d$;

б) $a-b-c-d$; г) $m-n-k-a+9{,}1$.

▼

225. Упростите выражение:

а) $x+(y-x)-(y-3)$; в) $-(m-n)+(m-7)-n$;

б) $-(a-b)-b+(-a-7)$; г) $(1{,}3-x)-(1{,}3-y)+x$.

226. Напишите разность двух выражений и упростите её:

а) $m-13$ и $17+m$; в) $-c+b$ и $b-3-c$;

б) $a+12$ и $15-a$; г) $a-b+8$ и $8+b$.

227. Решите уравнение:

а) $14-(35+x)=12$; б) $3{,}3-(x-6{,}7)=100$.

228. Среднее арифметическое двух чисел равно 12,32. Одно из чисел в 3 раза больше другого. Найдите оба числа.

229. Телевизор стоил 240 руб. После снижения цены он стоит 204 руб. На сколько процентов понизилась цена на телевизор?

230. Постройте прямоугольник $ABCD$, если известны координаты его трёх вершин $A(-2;\ -1)$; $B(-2;3)$; $C(6;\ 3)$. Найдите координаты вершины D и точки пересечения отрезков AC и BD.

18. Решение уравнений.

До сих пор разные уравнения мы решали по-разному. В одних случаях пользовались правилом нахождения неизвестного слагаемого, в других — правилом нахождения неизвестного уменьшаемого, а в третьих — неизвестного вычитаемого. Теперь, после изучения сложения и вычитания положительных и отрицательных чисел, можно все эти уравнения решать одним способом. Рассмотрим примеры.

Пример 1. Решим уравнение $x + 6 = 15$ (рис. 44).

Вычтем из левой части уравнения число 6 (снимем с левой чашки весов 6 *кг*). Для сохранения равенства надо вычесть число 6 и из правой части уравнения (для равновесия снять с правой чашки весов 6 *кг*):

$$x + 6 - 6 = 15 - 6.$$

Можно сказать, что мы прибавили к левой и правой частям уравнения число -6.

Упростив левую и правую части нового уравнения, получим:

$$x = 9.$$

Число 9 есть корень уравнения $x+6 = 15$, так как равенство $9 + 6 = 15$ верно.

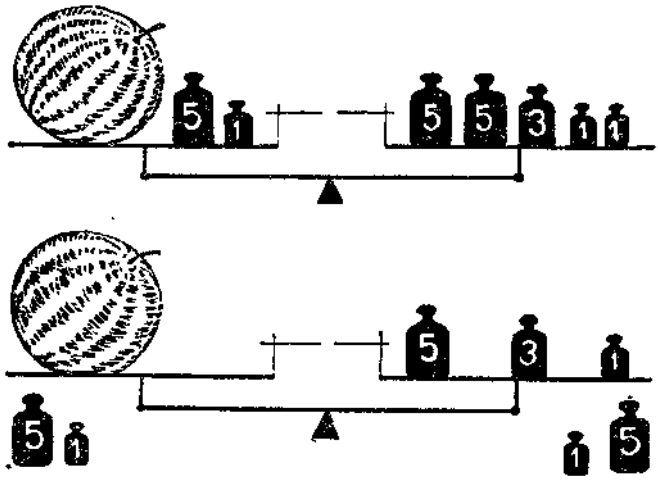


Рис. 44.

Пример 2. Решим уравнение $x - 8 = 13$.

Прибавим к левой части и правой части уравнения число 8:

$$x - 8 + 8 = 13 + 8.$$

В левой части получилось x, а в правой 21. Итак, $x = 21$.

Если вместо переменной x подставить в уравнение $x - 8 = 13$ число 21, то получится верное равенство $21 - 8 = 13$. Значит, число 21 есть корень уравнения $x - 8 = 13$.

Пример 3. Решим уравнение $30 - x = 47$.

Прибавим к левой и правой частям уравнения -30:

$$30 - x - 30 = 47 - 30.$$

В левой части получается $-x$, а в правой 17:

$$-x = 17.$$

Если число, противоположное x, равно 17, то число x равно -17:

$$x = -17.$$

Число -17 есть корень уравнения $30 - x = 47$, так как равенство $30 - (-17) = 47$ верно.

Любое уравнение вида $x + a = b$ или $-x + a = b$ можно решить прибавлением к правой и левой частям этого уравнения одного и того же числа $-a$.

231. Решите уравнение:

а) $y + 9 = -5$;
б) $x - 3 = -17$;
в) $10 - x = -5$;
г) $-5 + c = 21$;
д) $a + 2{,}8 = 1{,}6$;
е) $b - 3{,}2 = -4{,}1$;
ж) $7 - m = 5{,}3$;
з) $-x - 1{,}1 = 0{,}9$.

232. Решите с помощью уравнения задачу:

а) К какому числу надо прибавить $-0{,}69$, чтобы в результате получилось $-1{,}5$?

б) Из какого числа надо вычесть 30,9, чтобы в результате получилось $-20{,}7$?

в) Какое число надо вычесть из числа $-80{,}7$, чтобы в результате получилось 20,1?

г) При каком значении m выражение $m - 8{,}1$ равно -57?

д) При каком значении y выражение $110 - y$ принимает значение, равное 2,03?

е) Каким числом должно быть c, чтобы выражение $-68 + c$ обратилось в число $-17{,}3$?

233. Сделайте необходимые упрощения и решите уравнение:

а) $4 - (2{,}8 - x) = 1{,}5$;
б) $-3{,}7 + (26 + y) = -4{,}2$;
в) $-51 - (y + 29) = -8$;
г) $6{,}2 + (x - 9{,}1) = -100$;
д) $-44 - (a + 8) = -4 + 11$;
е) $65 + (-29 - x) = 1{,}7 - 5{,}2$;
ж) $30 - (-y + 4{,}5) = -1{,}5 - 1$;
з) $52 + (-82 + a) = -370 + 70$.

234. Решите с помощью уравнения задачу:

а) Высота дома 10 *м*, а высота тополя 8,2 *м*. На сколько метров должен подрасти тополь, чтобы он стал выше дома на 4,7 *м*?

б) Яблоки разложили в два ящика. В одном из них оказалось 180 яблок. После того как в этот ящик переложили из другого 16 яблок, в нём стало на 25 яблок больше, чем в другом. Сколько яблок было вначале в другом ящике?

▼

235. Решите уравнение:

а) $m + 548 = -375$;
б) $x - 824 = 824$;
в) $64{,}1 - x = 56{,}7$;
г) $4{,}9 - (y - 2{,}6) = 8{,}4$;
д) $30{,}2 - (x - 18{,}5) = 50$;
е) $53{,}2 + (-16{,}2 + a) = 40{,}9$.

236. Решите с помощью уравнения задачу:

а) К какому числу надо прибавить $-12{,}4$, чтобы получить $-3{,}8$?

б) В ведре было в 2 раза больше молока, чем в бидоне, когда в ведро добавили 3 *л*, а из бидона вылили 1 *л*, то в бидоне и в ведре стало вместе 11 *л* молока. Сколько литров молока было в бидоне первоначально?

237. Первое число 60. Второе число составляет 80% первого, а третье 50% суммы первого и второго. Найдите среднее арифметическое этих трёх чисел.

§ 5. УМНОЖЕНИЕ.

19. Правила умножения.

З а д а ч а 1. Фабрика выпускает в день 200 мужских костюмов. Когда стали выпускать костюмы нового фасона, расход ткани на один костюм изменился на 0,8 *кв. м*. На сколько изменился расход ткани на костюмы за день?

Расход ткани на каждый костюм увеличился на 0,8 *кв. м*. Поэтому, чтобы решить задачу, надо умножить 0,8 на 200:

$$0{,}8 \cdot 200 = 160.$$

Значит, расход ткани на костюмы за день увеличился на 160 *кв. м*, иными словами, изменился на 160 *кв. м*.

З а д а ч а 2. Фабрика выпускает в день 200 мужских костюмов. Когда стали выпускать костюмы нового фасона, расход ткани на один костюм изменился на —0,8 *кв. м*. На сколько изменился расход ткани на костюмы за день?

Расход ткани на каждый костюм уменьшился на 0,8 *кв. м*. Поэтому расход ткани на костюмы за день уменьшился на $0{,}8 \cdot 200 = 160$ (*кв. м*). Получилось, что расход ткани на костюмы за день изменился на —160 *кв. м*. Это значит, что произведение —0,8 и 200 равно —160:

$$(-0{,}8) \cdot 200 = -160.$$

Произведение $(-0{,}8) \cdot 200$ отличается от произведения $0{,}8 \cdot 200$ знаком первого множителя. Знаком отличаются и результаты умножения:

$$0{,}8 \cdot 200 = 160; \qquad (-0{,}8) \cdot 200 = -160.$$

Изменение знака первого множителя привело к изменению знака произведения. Модуль же произведения остался неизменным.

Считают, что *при изменении знака любого множителя знак произведения изменяется, а его модуль остается тем же*:

$$1{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}36;$$
$$(-1{,}2) \cdot 0{,}3 = -0{,}36;$$
$$1{,}2 \cdot (-0{,}3) = -0{,}36.$$

Если же меняются знаки обоих множителей, то произведение меняет знак дважды и в результате знак произведения не меняется:

$$8 \cdot 1{,}1 = 8{,}8;$$
$$(-8) \cdot 1{,}1 = -8{,}8;$$
$$(-8) \cdot (-1{,}1) = 8{,}8.$$

Рассматривая эти примеры, можно сформулировать правила умножения положительных и отрицательных чисел.

Произведение двух отрицательных чисел есть число положительное. Чтобы найти модуль произведения, надо перемножить модули этих чисел.

Произведение двух чисел с разными знаками есть число отрицательное. Чтобы найти модуль произведения, надо перемножить модули этих чисел.

Если один из множителей равен нулю, то произведение равно нулю. Обратно: произведение может быть равно нулю лишь в том случае, когда хоть один из множителей равен нулю.

Примеры:

$$2{,}73 \cdot 0 = 0; \quad (-3{,}89) \cdot 0 = 0; \quad 0 \cdot (-12{,}61) = 0.$$

238. Выполните умножение:

а) $(-5) \cdot 6$; ж) $0{,}7 \cdot (-3)$; н) $1{,}2 \cdot (-14)$;
б) $9 \cdot (-3)$; з) $(-0{,}5) \cdot 6$; о) $(-20{,}5) \cdot (-46)$;
в) $(-8) \cdot (-7)$; и) $12 \cdot (-0{,}2)$; п) $(-8{,}8) \cdot 302$;
г) $(-10) \cdot 11$; к) $(-0{,}6) \cdot (-0{,}9)$; р) $(-9{,}8) \cdot (-50{,}6)$
д) $(-11) \cdot (-12)$; л) $(-2{,}5) \cdot 0{,}4$; с) $(-17{,}5) \cdot (-17{,}4)$
е) $(-1{,}45) \cdot 0$; м) $0 \cdot (-1{,}1)$; т) $3{,}08 \cdot (-4{,}05)$.

239. Найдите значение выражения $(-42)\,y$, если $y = 0$; 1; -1; 3; 5; -30.

240. Поставьте вместо звёздочки знак $<$ или знак $>$ так, чтобы получилось верное неравенство:

а) $(-68) \cdot 9{,}5 \ * \ 0$; в) $7{,}3 \cdot (-3) \ * \ 7{,}3$;
б) $(-4{,}5) \cdot (-45) \ * \ 0$; г) $7{,}3 \cdot (-8) \ * \ -8$.

241. Выполните умножение и сделайте вывод:

а) $1 \cdot (-3{,}9)$; в) $(-35) \cdot 1$; д) $1 \cdot 5{,}47$;
б) $(-1) \cdot 7{,}4$; г) $(-1) \cdot (-35)$; е) $(-3{,}9) \cdot (-1)$.

242. Представьте каждое из чисел -42; 16; $-2{,}7$; -1; 0; 64,8 в виде произведения двух множителей, один из которых равен -1.

243. Представьте числа 9; 16; 25 в виде произведения двух равных множителей. Сколькими способами это можно сделать?

244. Запишите в виде произведения сумму:

а) $x + x + x + x + x + x$; в) $-(2y) - (2y) - (2y)$;

б) $-a - a - a - a$; г) $5x + 5x + 5x + 5x + 5x$.

245. Найдите значение выражения:

а) $x + 4 + x + 4 + x + 4$, если $x = -9{,}1$;

б) $a - 1 + a - 1 + a - 1 + a - 1$, если $a = -2{,}1$.

246. Догадайтесь, чему равен корень уравнения, и сделайте проверку:

а) $(-8) \cdot x = 72$; в) $6y = -54$;

б) $(-4) \cdot x = -40$; г) $(-3) \cdot y = 66$.

247. Какие из чисел -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2 и 3 являются корнями уравнения $x(4 + x) = -3$?

248. Решите уравнение:

а) $4 \cdot (x - 5) = 0$; в) $1{,}5 \cdot (41 - x) = 0$;

б) $(-8) \cdot (2{,}6 + x) = 0$; г) $(3x - 6) \cdot 2{,}4 = 0$.

249. Уровень воды в реке изменяется каждые сутки на a *дм*. Как изменится уровень воды в реке за трое суток, если $a = 4$; -3?

250. Лодка движется по реке (рис. 45) со скоростью $v \frac{км}{ч}$. Сейчас она находится в точке 0. Где будет находиться лодка через t *ч*? Если лодка движется в положительном направлении, то её скорость считается положительной, а в отрицательном направлении — отрицательной. Если время отрицательно, например -4, то это означает 4 *ч* тому назад. Решите задачу при следующих значениях переменной:

а) $v = 5$; $t = 4$; в) $v = -5$; $t = 4$;

б) $v = 5$; $t = -4$ г) $v = -5$; $t = -4$.

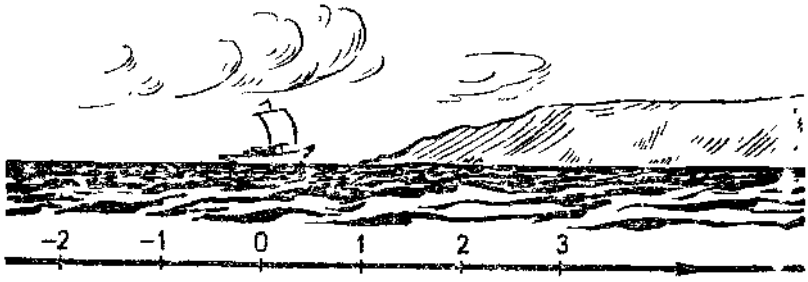


Рис. 45.

▼

251. Найдите произведение:

а) $(-24)\cdot 36$; г) $16\cdot(-25)$; ж) $(-1)\cdot(-55)$;
б) $(-48)\cdot(-15)$; д) $43\cdot(-51)$; з) $(-83)\cdot 0$;
в) $(-33)\cdot(-11)$; е) $(-2{,}7)\cdot(-6{,}4)$; и) $(-1)\cdot(-1)$.

252. Найдите значение выражения:

а) $(-56)\cdot(3-5)$; г) $(-7{,}2+5{,}2)\cdot(-7+9)$;
б) $23\cdot(7-9)$; д) $(-4{,}2-1{,}1)\cdot(0{,}8+0{,}4)$;
в) $(-64)\cdot(24-15-9)$; е) $(-8{,}8+5{,}5+3{,}3)\cdot(2{,}74-4{,}98)$.

253. От двух пристаней, расстояние между которыми по реке равно 640 *км*, вышли одновременно друг другу навстречу два теплохода. Собственная скорость теплоходов одинакова. Скорость течения 2 $\frac{км}{ч}$. Теплоход, идущий по течению, за 9 *ч* проходит 198 *км*. Через сколько часов теплоходы встретятся?

20. Переместительный и сочетательный законы умножения.

Умножение положительных и отрицательных чисел подчиняется переместительному закону:

для любых чисел a и b верно равенство ab = ba.

Для положительных чисел этот закон был установлен ранее. Он верен и в тех случаях, когда один или оба множителя отрицательные числа. Например:

$(-6)\cdot 1{,}2 = 1{,}2\cdot(-6)$, так как $(-6)\cdot 1{,}2 = -7{,}2$; $1{,}2\cdot(-6) = 7{,}2$.

$(-4{,}5)\cdot(-2) = (-2)\cdot(-4{,}5)$, так как $(-4{,}5)\cdot(-2) = 9$; $(-2)\cdot(-4{,}5) = 9$.

Переместительный закон умножения остаётся верным и тогда, когда один или оба множителя равны нулю.

Умножение положительных и отрицательных чисел подчиняется также сочетательному закону:

для любых чисел a, b и c верно равенство $(ab)c = a(bc)$.

Этот закон верен и в тех случаях, когда некоторые или даже все множители равны нулю. Проверим равенство $(ab)\,c = a\,(bc)$ при $a = -3$; $b = -5$; $c = 6$:

$(ab)\,c = 90$, так как $-3\cdot(-5) = 15$; $15\cdot 6 = 90$;

$a\,(bc) = 90$, так как $(-5)\cdot 6 = -30$; $(-3)\cdot(-30) = 90$.

Сочетательный и переместительный законы можно использовать для упрощения вычислений. Например, в выражении $15 \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-5)$ лучше выполнять умножение не по порядку, а следующим образом:

1) $15 \cdot (-3) = -45$; 2) $(-2) \cdot (-5) = 10$; 3) $(-45) \cdot 10 = -450$.

254. Проверьте равенство $ab = ba$, если:

а) $a = 4$; $b = -5$; б) $a = -3{,}7$; $b = -8{,}1$.

255. Проверьте равенство $(ab)c = a(bc)$, если $a = -7{,}1$; $b = 2{,}5$ и $c = -8$.

256. Выполните действия:

а) $(-2) \cdot (-50) \cdot 6 \cdot 12$;
б) $11 \cdot (-4) \cdot (-7) \cdot 25$;
в) $(-6) \cdot 8 \cdot (-2) \cdot (-5)$;
г) $(-3) \cdot (-125) \cdot 8 \cdot (-3)$;
д) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$;
е) $(-6) \cdot (-6) \cdot 6 \cdot (-6)$.

257. Упростите выражение:

а) $(-8{,}3) \cdot (10x)$;
б) $4 \cdot (-6{,}5)\, m$;
в) $x \cdot (-5) \cdot 1{,}2$;
г) $(-3{,}2) \cdot a \cdot (-3)$;
д) $(-3) \cdot (a - b) \cdot 2{,}1$;
е) $(-9) \cdot (-1{,}1) \cdot (m + n)$;
ж) $4m(a + b) \cdot (-20)$;
з) $(-6) \cdot a \cdot (-5) \cdot (a - b)$.

258. Какое получится число (положительное или отрицательное), если перемножить:

а) 1 отрицательное число и 2 положительных;
б) 2 отрицательных и 1 положительное;
в) 2 отрицательных и 2 положительных;
г) 3 отрицательных и несколько положительных;
д) 20 отрицательных и несколько положительных?

259. Каким числом будет произведение, если в нём:

а) чётное число отрицательных множителей, а остальные множители положительные;
б) нечётное число отрицательных множителей, а остальные множители положительные;
в) чётное число отрицательных множителей;
г) нечётное число отрицательных множителей;
д) чётное число положительных множителей;
е) нечётное число положительных множителей?

260. Определите знак произведения:

а) $(-2)\cdot(-3)\cdot 7\cdot(-9)\cdot(-1{,}3)\cdot 14\cdot(-2{,}7)\cdot(-2{,}9)$;

б) $4\cdot(-11)\cdot(-12)\cdot(-13)\cdot(-15)\cdot(-17)\cdot 80\cdot 90$;

в) $6\cdot(-6)\cdot 8\cdot(-8)\cdot(-10)\cdot 10\cdot(-12)\cdot 12\cdot 1{,}8\cdot(-1{,}8)$;

г) $(-1)\cdot(-2)\cdot(-3)\cdot(-4)\cdot(-5)\cdot(-6)\cdot(-7)\cdot(-8)\times$
$\times(-9)\cdot(-10)$.

261. Найдите значение выражения:

а) $(-125)\cdot(-8)\cdot 1{,}5\cdot(-42)$;

б) $(-2)\cdot(-3)\cdot(-4)\cdot(-5)\cdot(-6)$;

в) $20{,}4\cdot(-5)\cdot(-4)\cdot(-1)\cdot(-2)$;

г) $(-80)\cdot(-2)\cdot(-5)\cdot(-50)\cdot(-1)\cdot(-3)$.

262. Чему равно произведение всех целых чисел:

а) от 1 до 5;

б) от -5 до -1;

в) от -5 до 5;

г) от -45 до 50?

263. Чему равно значение выражения:

а) $-20 + m + m + m - 8{,}5$, если $m = -4{,}7$;

б) $a - x + a - x + a - x + a - x$, если $a = 2{,}3$; $x = 12$?

▼

264. Выполните умножение:

а) $(-3)\cdot(-15)\cdot(-20)\cdot(-4)$;

б) $(-12)\cdot(-5)\cdot(-10)\cdot 5$;

в) $(-7)\cdot(-1{,}2)\cdot(-5)$;

г) $(-12{,}5)\cdot 2{,}4\cdot(-8)\cdot(-5)$.

265. Вместо звёздочки поставьте знак $<$ или знак $>$ так, чтобы получилось верное неравенство:

а) $(-16)\cdot 1253\cdot(-8)\cdot(-4)\cdot(-3)$*0;

б) $13\cdot(-24)\cdot(-15)\cdot(-8)\cdot 4$*0;

в) $64\cdot(-3)\cdot(-2)\cdot 3\cdot 244$*0;

г) $37\cdot(-4)\cdot(-5)\cdot(-2)\cdot(-3)$*0.

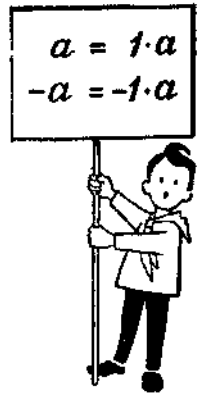
266. Поле состоит из трёх участков. Площадь первого участка на 324 *га* или в 4 раза больше площади второго, а площадь третьего участка 256 *га*. Какова площадь всего поля?

267. Найдите значение выражения $(8{,}74+0{,}66:13{,}2-3{,}79)\cdot 0{,}31$.

21. Коэффициент.

Выражение $5ab$ является произведением числа 5 и переменных a и b. Числовой множитель 5 называют коэффициентом выражения $5ab$. Коэффициент выражения $(-6{,}2)\cdot x$ равен $-6{,}2$.

Если в произведение входит несколько числовых множителей, то для отыскания коэффициента их надо перемножить. Например, коэффициент выражения $0{,}3a\ (-7b)$ равен $-2{,}1$, так как $0{,}3a\ (-7b) = -2{,}1\ ab$. Коэффициентом выражения ab считают единицу, так как $ab = 1 \cdot ab$. Коэффициентом выражения $-a$ является число -1, так как $-a = (-1) \cdot a$.



В выражениях $(-a)\ b$ и $-(ab)$ одинаковые коэффициенты и одинаковые буквенные части:

$$(-a) \cdot b = (-1) \cdot a \cdot b;$$
$$(-ab) = (-1) \cdot a \cdot b.$$

Эти выражения равны при любых значениях переменных, поэтому их условились записывать без скобок:

$$(-a) \cdot b = -(ab) = (-1)\ ab = -ab.$$

268. Найдите коэффициент произведения:

а) $8m \cdot 7$; г) $6c \cdot (-7)$; ж) $-2{,}5m \cdot (-3a)$;
б) $-4 \cdot (-12x)$; д) $a \cdot 2{,}5b$; з) $-0{,}11x \cdot (-2m)$;
в) $-2p \cdot (-1{,}4)$; е) $0{,}8m \cdot 4x$; и) $-2{,}7ab \cdot (-1)$.

269. Назовите каждое слагаемое суммы и его коэффициент:

а) $-8x + x - 7a - x$; в) $7{,}2ab - ab + ab + 9{,}3ab$;
б) $m + 2k - 3k + 4k$; г) $-pk + 0{,}15pk - 9{,}4pk + pk$.

270. Упростите выражение:

а) $-a \cdot (-b)$; г) $4 \cdot (-2x) \cdot (-3y)$;
б) $-3m \cdot (-8k)$; д) $-5 \cdot (-3m) \cdot 2n$;
в) $5x \cdot (-6b)$; е) $-6a \cdot 5k \cdot (-10)$.

271. Запишите выражение без скобок:

а) $-5\ (-a) - 4m$; в) $-11 \cdot (-x) - 5{,}3\ (-k)$;
б) $-6a + 7 \cdot (-b)$; г) $a \cdot (-2{,}6) + 10\ (-b)$.

Рис. 46.

272. Представьте сумму в виде произведения:

а) $m + m + m + m$; в) $-3x - 3x - 3x - 3x - 3x$;
б) $-a - a - a - a - a - a$; г) $-xy - xy - xy - xy - xy$.

273. Плот и моторная лодка плывут по реке (рис. 46). Сейчас расстояние между ними 35 *км*. Скорость плота 3 $\frac{км}{ч}$, а скорость моторной лодки 10 $\frac{км}{ч}$. Какое расстояние между ними будет через t *ч*, если $t = 3; 5; -2; -4$?

▼

274. Упростите выражение:

а) $-a \cdot (-7)$; в) $-3 \cdot (-ab)$; д) $2a \cdot (-3b)$;
б) $b \cdot (-4m)$; г) $-mn \cdot (-5)$; е) $-7b \cdot (-7a)$.

275. Найдите значение выражения $-2m - 2m - 2m - 2m$, если $m = 2; -3{,}2; -10$.

276. За 1 *ч* станок-автомат изготовлял 300 деталей. После реконструкции этого станка он стал изготовлять в час 375 таких же деталей. На сколько процентов повысилась производительность станка?

277. Автомобиль шёл 6,1 *ч* по горизонтальному пути и 2,3 *ч* поднимался в гору. За всё время он прошёл 430,2 *км*. Горизонтальный путь на 234,7 *км* больше, чем путь в гору. С какой скоростью шёл автомобиль по горизонтальному пути и с какой скоростью он шёл в гору?

22. Распределительный закон умножения.

Умножение положительных и отрицательных чисел подчиняется распределительному закону: ***для любых чисел a, b и c верно равенство*** $(a + b)c = ac + bc$.

Проверим равенство $(a + b)c = ac + bc$ при $a = 7$, $b = -5$ и $c = -3$. Найдём значение левой части: $(7 - 5) \cdot (-3) = 2 \times \times (-3) = -6$. Найдём значение правой части: $7 \cdot (-3) + (-5) \times \times (-3) = -21 + 15 = -6$. Получились одинаковые результаты.

278. Проверьте равенство $(a + b)c = ac + bc$, если $a = 6{,}3$; $b = -3{,}5$; $c = -7{,}6$.

279. Проверьте равенство $(a - b)c = ac - bc$, если:
а) $a = -6$; $b = 85$; $c = 76$; б) $a = -0{,}9$; $b = -5$; $c = -1{,}5$.

280. Примените распределительный закон умножения:

а) $(4 - 7) \cdot 3$;
б) $(6 - 3) \cdot (-4)$;
в) $5 \cdot (-2 - 8)$;
г) $-6 \cdot (5 - 4)$;
д) $(-1{,}1 - 4) \cdot 8$;
е) $1{,}5 \cdot (2 - 3)$;
ж) $(-10 - 100) \cdot (-0{,}46)$;
з) $-0{,}7 \cdot (-0{,}2 + 0{,}9)$.

281. Раскройте скобки:

а) $(a - b + c) \cdot 8$;
б) $-5 \cdot (m - n - k)$;
в) $a \cdot (b - m + n)$;
г) $-a \cdot (6b - 3m + 4)$;
д) $(3m - 2k + 1) \cdot (-3)$;
е) $-2a \cdot (b + 2c - 3m)$;
ж) $(-2a + 3b - 5c) \cdot 4m$;
з) $-ab \cdot (3m + k - n)$.

282. Упростите выражение:

а) $4x \cdot (2 - a) + 4ax$;
б) $8m - 4 \cdot (2m - 1)$;
в) $-3 \cdot (5a - b) - 3b$;
г) $-5k + k \cdot (a + 5)$;
д) $2a \cdot (3 - b) - 3 \cdot (2a + 1)$;
е) $-6 \cdot (m - n) + m \cdot (6 + k)$;
ж) $-m \cdot (3 - k) - k \cdot (m + 3)$;
з) $a \cdot (b - c) - b \cdot (a - c)$.

283. Найдите значение выражения:

а) $2 \cdot (3x - 2) - (a - 4)$, если $x = -21$ и $a = 30$;
б) $-6 \cdot (a - 2b) - 4 \cdot (3b + 5)$, если $a = 3{,}3$ и $b = 0{,}8$.

284. Два поезда идут навстречу друг другу со скоростью 75 $\frac{км}{ч}$ и 90 $\frac{км}{ч}$. Какое расстояние будет между поездами через 5 *ч* после встречи? Какое расстояние было между поездами за 3 *ч* до встречи?

285. Теплоход «Метеор» идёт по реке вслед за пароходом со скоростью $70\ \frac{км}{ч}$. Сейчас между ними 60 *км*. Какое расстояние будет между ними через 5 *ч*, если скорость парохода $40\ \frac{км}{ч}$?

▼

286. Раскройте скобки:

а) $(x+y-z)\cdot 3$;
б) $4\cdot(m-n-p)$;
в) $-8\cdot(a-b-c)$;
г) $(2x-y+3)\cdot(-2)$;
д) $(3m-2n+p)\cdot(-1)$;
е) $(a+5-b-c)\cdot m$.

287. Найдите значение выражения:

а) $3\cdot(a-2b)-2\cdot(m-3b)$, если $a=-4$; $m=-1$;
б) $4\cdot(3m-n)-3\cdot(4m+1)$, если $n=-5$.

288. Для 10 лошадей на 210 дней заготовили 16 *т* 800 *кг* сена. Сколько тонн сена следует заготовить для 12 лошадей на 240 дней при той же дневной норме?

289. Выполните действия:

$(16{,}583 : 7{,}21 + 54{,}688 : 3{,}2 + 28{,}82\cdot 0{,}1) : 1{,}6 - 1{,}02.$

23. Вынесение множителя за скобки.

Представим в виде суммы произведение $a\,(b + c - d)$:

$$a\,(b + c - d) = ab + ac - ad.$$

Так как произведение $a\,(b + c - d)$ равно сумме $ab + ac - ad$, то и сумма $ab + ac - ad$ равна произведению $a\,(b + c - d)$ при любых значениях переменных:

$$ab + ac - ad = a\,(b + c - d).$$

Все слагаемые в сумме $ab + ac - ad$ имеют общий множитель a. Поэтому сумму $ab + ac - ad$ можно представить в виде произведения $a\,(b + c - d)$, то есть вынести за скобки общий множитель a.

Если все слагаемые в сумме имеют общий множитель, то его можно вынести за скобки.

Пример 1. Представим в виде произведения сумму $3ab + 2am - 4ac$. Все слагаемые имеют общий множитель a, так как $3ab = a \cdot 3b$; $2am = a \cdot 2m$; $-4ac = a \cdot (-4c)$. Этот множитель можно вынести за скобки:

$$3ab + 2am - 4ac = a(3b + 2m - 4c).$$

Сделаем проверку. Для этого в выражении $a(3b + 2m - 4c)$ раскроем скобки: $a(3b + 2m - 4c) = 3ab + 2am - 4ac$.

Пример 2. В сумме $-3ax + 3bx - 3cx$ вынесем за скобки общий множитель. Если вынести за скобки множитель $3x$, то получится:

$$-3ax + 3bx - 3cx = 3x(-a + b - c).$$

Но за скобки можно вынести и множитель $-3x$. Тогда получится:

$$-3ax + 3bx - 3cx = -3x(a - b + c).$$

290. Вынесите за скобки общий множитель и сделайте проверку:

а) $mx + mb$; в) $3a - 3b$; д) $-am - an$;
б) $ab - ac$; г) $-5m + 5n$; е) $-4{,}6p - 4{,}6a$.

291. Представьте в виде произведения сумму:

а) $am - an - ab$; в) $-ab + bb - cb$;
б) $-8m + 8a - 8b$; г) $-8{,}5x - ax + xx$.

292. Найдите значение суммы, разложив её на множители:

а) $ax + ay - 8a$, если $x = 5$; $y = 4$; $a = -3{,}2$;
б) $10c - 3bc + 2c$, если $b = -4{,}3$; $c = -3$.

293. Упростите выражение с помощью вынесения общего множителя за скобки:

а) $-2x + 3x - 14x$; в) $1{,}1a - 9a + 8a - 0{,}2a$;
б) $-7a - 3a + 20a$; г) $3{,}6m + 4{,}5m - 20m - 10m$.

294. Найдите значение выражения:

а) $-25x + 4x + 30x - 5x$, если $x = -4{,}5$;
б) $16a - 20a - 17a - 24a$, если $a = -0{,}1$.

295. В наборе имеется: 2 кисточки по a коп., 4 карандаша по b коп., 6 тюбиков с красками по c коп. Сколько стоит набор? Сделайте вычисления при следующих значениях переменных:

а) $a = 6$; $b = 4$; $c = 11$; б) $a = 7$; $b = 3$; $c = 15$.

▼

296. Вынесите за скобки общий множитель и найдите значение выражения:

а) $am + 5a$, если $a = -3$; $m = -4$;
б) $3a - 3b$, если $a = 4$; $b = -2$;
в) $25b + 25c$, если $b = -7{,}8$; $c = -7{,}2$;
г) $3a - 9$, если $a = 3{,}2$.

297. Вынесите за скобку общий множитель:

а) $xy + 3y + 5ay$;
б) $4m - 1{,}6a + 8b$;
в) $2axy + 4xy + 5mxy$;
г) $16a - 24b - 8c$;
д) $-9x + 18y - 27z$;
е) $7m - 14n + 21$.

298. От 15 коров за 210 дней получили 94 500 *кг* молока. Сколько молока можно получить от 10 коров за 40 дней при том же среднесуточном надое?

299. В туристский поход ушло 36 человек, что составляет 12% всех пионеров лагеря. Сколько пионеров осталось в лагере?

24. Приведение подобных слагаемых.

В сумме $15a + 7a - 4a$ все слагаемые имеют общий множитель a. Его можно вынести за скобки:

$$15a + 7a - 4a = a(15 + 7 - 4).$$

В скобках будет сумма коэффициентов всех слагаемых. Если найти сумму коэффициентов, то получится 18:

$$15a + 7a - 4a = 18a.$$

Слагаемые $15a$, $7a$ и $-4a$ имеют одинаковую буквенную часть. Такие слагаемые называют **подобными слагаемыми**, а замену суммы $15a + 7a - 4a$ произведением $18a$ называют **приведением подобных слагаемых.**

Чтобы привести подобные слагаемые, надо сложить их коэффициенты и результат умножить на общую буквенную часть.

Пример 1. В сумме $-1{,}2x+3x-4x$ все слагаемые подобны, так как у них одинаковая буквенная часть. Сложим коэффициенты: $-1{,}2+3-4=-2{,}2$. Значит, $-1{,}2x+3x-4x=-2{,}2x$.

Пример 2. Приведём подобные слагаемые в сумме $3k-8x-6k+4x+k-x$. В этой сумме две группы подобных слагаемых одни содержат переменную k, а другие — переменную x. Сделаем приведение подобных слагаемых в каждой группе отдельно: $3k-6k+k=-2k$, $-8x+4x-x=-5x$. Значит,

$$3k-8x-6k+4x+k-x=-2k-5x.$$

300. Имеются ли подобные слагаемые в сумме:

а) $4x-4a+x-3a$;
б) $-3a-5b+5c+18$;
в) $10{,}3+6{,}5m-5{,}6m+x$;
г) $2{,}5x-4{,}4x+3x-2{,}2x+x$?

301. Приведите подобные слагаемые:

а) $-9x+7x-5x+2$;
б) $5z-6+2a-10$;
в) $11p+2p+20-7p$;
г) $-3{,}8k-k+3{,}8k+2k$;
д) $a+6{,}2a-6{,}5a-a$;
е) $-18n-12n+7{,}3n+6{,}5n$.

302. Сделайте приведение подобных слагаемых:

а) $10a+b-10b-a$;
б) $-8y+7x-6y+7x$;
в) $-6a+5a-x+4$;
г) $23x-23+4a+4x$.

303. Упростите выражение:

а) $-8x+5{,}2a+3x+5a$;
б) $5a+7a-9{,}2m+15m$;
в) $-a+x+1{,}1a-1{,}3x$;
г) $-12p+3k+3{,}2p-2{,}3k$.

304. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

а) $3\cdot(2x-1)-2\cdot(3-5x)$;
б) $-2\cdot(a+8)+4\cdot(7a-1)$;
в) $6\cdot(3-2p)-2\cdot(2p-8)$;
г) $-5\cdot(2-6a)-4\cdot(3-4a)$;
д) $7\cdot(5p+2)-4\cdot(p+8)$;
е) $3{,}7\cdot(-2k-1)+8\cdot(-3k-2)$;
ж) $-8\cdot(-5x+2)-3{,}5\cdot(4-x)$;
з) $4{,}1\cdot(-3x-1)-(5x-1)$.

305. Найдите значение выражения:

а) $4x-2a+6x-3a+4a$, если $x=-0{,}15$, $a=0{,}03$;
б) $-6\cdot(3m+8)-3\cdot(m-5)$, если $m=20{,}8$.

303. Задумайте любое число, прибавьте к нему 11 и умножьте сумму на 3. От произведения отнимите 33 и потом ещё отнимите удвоенное задуманное число. Сравните ответ с задуманным числом.

307. Решите уравнение:

а) $3 \cdot (2x+8) - (5x+2) = 0$; в) $5 \cdot (7 - 3x) + 7 \cdot (2+2x) = 0$;
б) $-3 \cdot (3y+4) + 4 \cdot (2y-1) = 0$; г) $8 \cdot (3-2x) + 5 \cdot (3x+5) = 9$.

308. По реке плывут два теплохода — «Ракета» и «Метеор». Скорость «Ракеты» 60 $\frac{км}{ч}$, а скорость «Метеора» 75 $\frac{км}{ч}$. Сейчас «Метеор» впереди «Ракеты» на 45 *км*? Какой из теплоходов был впереди 4 *ч* назад? Когда они были рядом?

▼

309. Приведите подобные слагаемые:

а) $3m+2m+4m$; в) $3a-2b-7a+4b$;
б) $4a+6a-2a+12-11$; г) $18a-17x+13a+14x$.

310. Найдите значение выражения:

а) $7a-3b+6a+3b$, если $a=-5$; $b=-1$;
б) $a(5+m)-m(a-6)-6m$, если $a=24$.

311. Решите уравнение:

а) $3 \cdot (y-5) - 2 \cdot (y-4) = 8$; б) $-5 \cdot (5-x) - 4x = 18$.

312. В трёх классах 119 учащихся. В первом классе учащихся на 4 человека больше, чем во втором, и на 3 человека меньше, чем в третьем классе. Сколько учащихся в каждом классе?

313. Я задумал число и умножил его на 2. После того как к полученному произведению я прибавил 3, а сумму умножил на 3 и из нового произведения вычел задуманное число, то получил 34. Какое число я задумал?

314. Найдите значение выражения $(38{,}57 : 0{,}019 - 30) \cdot 0{,}2 - (35{,}7 \cdot 3{,}29 + 2{,}547)$.

25. Возведение в степень.

З а д а ч а. В метре 10 дециметров, в дециметре 10 сантиметров, в сантиметре 10 миллиметров. Сколько миллиметров в метре?

В дециметре $10 \cdot 10$ миллиметров, в метре $10 \cdot 10 \cdot 10$ миллиметров: $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$. Значит, в метре 1000 миллиметров.

При решении задачи мы нашли произведение трёх одинаковых множителей, каждый из которых равен 10. Такие произведения записывают короче:

$$10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3.$$

Запись 10^3 читают так: «десять в третьей степени». Выражение 10^3 называют степенью, число 3 — **показателем степени**, а число 10 — **основанием степени**.

П р и м е р. 2^7 есть произведение семи множителей, каждый из которых равен двум: $2^7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.
Если выполним умножение, то получим значение степени: $2^7 = 128$.
Принято считать, что степень с показателем 1 равна основанию степени. Например:

$$8^1 = 8; \quad (-4{,}5)^1 = -4{,}5; \quad a^1 = a.$$

Площадь квадрата со стороной a равна a^2. Поэтому степень с показателем 2 называют квадратом основания. Так, 4^2 читают: «четыре в квадрате».

Объём куба с ребром a равен a^3. Поэтому степень с показателем 3 называют кубом основания. Так, 5^3 читают: «пять в кубе».

С помощью степени иначе записывают квадратные и кубические единицы.

Найдём площадь прямоугольника, длина которого 6 *м*, а ширина 3 *м*. Для этого надо длину умножить на ширину. Запишем решение этой задачи так: $6\ м \cdot 3\ м = 6 \cdot 3\ м \cdot м = 18\ м^2$.

В результате получается 18 квадратных метров. Раньше наименование «квадратный метр» писали сокращённо «*кв. м*», теперь будем записывать так: $м^2$.

Таким же образом наименование «кубический метр» пишут в виде $м^3$. Такая форма записи применяется и для других квадратных и кубических единиц: $мм^2$, $мм^3$, $см^2$, $см^3$, $дм^2$, $дм^3$, $км^2$, $км^3$.

315. Представьте в виде произведения степень:

а) 215^3; г) $(-75)^5$; ж) a^{10};
б) 863^6; д) $(-0{,}6)^7$; з) m^8;
в) $(5{,}8)^4$; е) $(-3{,}86)^2$; и) n^9.

316. Представьте в виде степени произведение:

а) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$;
б) $(-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4)$;
в) $1{,}3 \cdot 1{,}3 \cdot 1{,}3 \cdot 1{,}3 \cdot 1{,}3$;
г) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$;
д) $y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y$;
е) $(-a) \cdot (-a) \cdot (-a) \cdot (-a) \cdot (-a)$.

317. Составьте таблицу квадратов натуральных чисел от 1 до 20 включительно.

318. Решите уравнение:

а) $x^2 = 49$; б) $a^2 = 0$.

319. Найдите значение выражения:

а) 1^9; в) 0^7; д) $(-2)^3$; ж) $2 \cdot 3^3$;
б) 8^2; г) $(0{,}3)^2$; е) $(-2)^4$; з) $2^3 \cdot 3^2$.

320. Запишите числа:

а) 4; 8; 16 и 32 в виде степени с основанием 2,
б) 100; 1000; 100 000 и 1 000 000 в виде степени с основанием 10.

321. Число 789 можно представить в виде:
$789 = 700 + 80 + 9 = 7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 9 = 7 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 9$.
Запишите в таком же виде числа 346, 7051, 8000, 30 001.

322. Найдите площадь квадрата, сторона которого равна 2,5 *см*; 3,1 *дм*; 4,2 *км*.

323. Найдите объём куба, ребро которого равно 0,8 *см*; 12 *м*; 0,2 *км*.

324. Сколько квадратных сантиметров содержится в 2 $дм^2$; 3,7 $дм^2$; 0,00065 $м^2$?

325. Сколько кубических миллиметров содержится в 1 $см^3$; 5,8 $см^3$; 0,0000081 $м^3$?

326. Какой высоты получится столб, если все кубические сантиметры, содержащиеся в кубическом метре, поставить друг на друга?

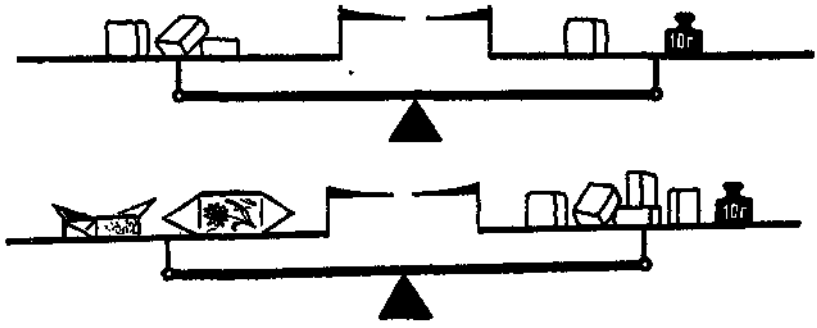


Рис. 47.

327. Найдите значение выражения:

а) x^4, если $x = -3;\ -2;\ -0{,}1;\ 0;\ 3;\ 4$;
б) x^4, если $x = -0{,}2;\ 0{,}5;\ 7;\ 8;\ 10$.

328. Сколько весит одна конфета и сколько весит один кусочек сахару (рис. 47)?

329. Стоимость детского железнодорожного билета составляет 25% стоимости билета для взрослого. Отец, мать и девятилетний сын решили ехать в Ленинград. Сколько будет стоить им проезд, если детский билет стоит 2 руб. 80 коп?

§ 6. ДЕЛЕНИЕ.

26. Правила деления.

Деление отрицательных чисел имеет тот же смысл, что и деление положительных чисел: *по данному произведению и одному из множителей находят второй множитель.*

Например, разделить -12 на -4 — это значит найти такое число x, что

$$-4 \cdot x = -12.$$

Второй множитель равен 3, так как $-4 \cdot 3 = -12$. Число -12 — делимое, число -4 — делитель, а число 3 — частное. Заметим, что $|3| = |-12| : |-4|$. Получается, что модуль част-

ного можно найти, разделив модуль делимого на модуль делителя. При делении отрицательного числа —12 на отрицательное число —4 мы получили в частном положительное число 3. Итак,

$$-12 : (-4) = 3.$$

Частное двух отрицательных чисел есть число положительное. Чтобы найти модуль частного, надо модуль делимого разделить на модуль делителя.

Частное —12 и 4 равно —3, так как $4 \cdot (-3) = -12$.

Частное двух чисел с разными знаками есть число отрицательное. Чтобы найти модуль частного, надо модуль делимого разделить на модуль делителя.

Пример 1. Разделим число —81 на число —2,7. Частное отрицательных чисел есть число положительное. Разделим модуль делимого на модуль делителя:

$$81 : 2{,}7 = 30.$$

Значит, $-81 : (-2{,}7) = 30$.

Проверим результат с помощью умножения:

$$-2{,}7 \cdot 30 = -81.$$

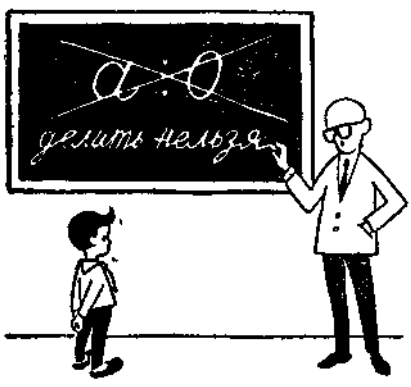
Пример 2. Разделим число —4,5 на число 9. Частное двух чисел с разными знаками есть число отрицательное. Разделим модуль делимого на модуль делителя:

$$4{,}5 : 9 = 0{,}5.$$

Значит, $-4{,}5 : 9 = -0{,}5$.

Проверка с помощью умножения подтверждает, что деление выполнено правильно:

$$9 \cdot (-0{,}5) = -4{,}5.$$



При делении нуля на любое число, не равное нулю, получается нуль.

Делить на нуль нельзя.

Деление применяют при решении уравнений.

Пример 3. Решим уравнение $-4x = 32$. По смыслу деления $x = 32 : (-4)$; $x = -8$. Этот же результат полу-

чается, если обе части уравнения $-4x = 32$ разделить на -4.

При решении уравнений приходится иногда умножать обе части уравнения на одно и то же число.

Пример 4. Решим уравнение $0{,}1x = -8$. Разделим обе части уравнения на 0,1, получим: $x = -8 : 0{,}1$; $x = -80$. Тот же результат можно получить, если умножить обе части уравнения на 10.

330. Что значит разделить:

а) $-2{,}5$ на 5; в) -60 на $-1{,}2$;
б) 40 на -8; г) 8,1 на $-0{,}9$?

331. Верно ли выполнено деление:

а) $-36 : 2 = -18$; в) $2{,}7 : (-1) = 2{,}7$;
б) $60 : (-1{,}5) = -4$; г) $-7{,}5 : (-5) = 1{,}5$?

332. При каком значении переменной верно равенство:

а) $x \cdot (-12) = 48$; в) $-25x = -100$;
б) $1{,}3a = -1{,}3$; г) $y \cdot (-8) = 1000$?

333. Выполните деление:

а) $-27 : (-1)$; в) $-50{,}6 : 1$;
б) $38 : (-1)$; г) $4{,}08 : 1$.

334. Найдите значение выражения:

а) $(-23 \cdot 5) : 5$; в) $(-9 \cdot 7{,}4) : (-9)$;
б) $(32 \cdot (-7)) : 32$; г) $(-8 \cdot (-9{,}1)) : (-9{,}1)$.

335. Чему равно частное:

а) $87x$ и 87; г) $9m$ и m;
б) $6{,}2m$ и 6,2; д) $-41k$ и k;
в) $-3{,}7k$ и $-3{,}7$; е) $-1{,}9x$ и x?

336. Найдите частное:

а) $-38 : 19$; д) $-5{,}1 : (-17)$; и) $48{,}1 : (-48{,}1)$;
б) $45 : (-15)$; е) $650 : (-1{,}3)$; к) $-950 : 9{,}5$;
в) $-36 : (-6)$; ж) $-4{,}4 : 4$; л) $-5{,}42 : (-27{,}1)$;
г) $270 : (-9)$; з) $-8{,}6 : (-4{,}3)$; м) $10{,}01 : (-1{,}3)$.

337. Выполните действия:

а) $-4 \cdot (-5) - (-30) : 6$; б) $15 : (-15) - (-24) : 8$;

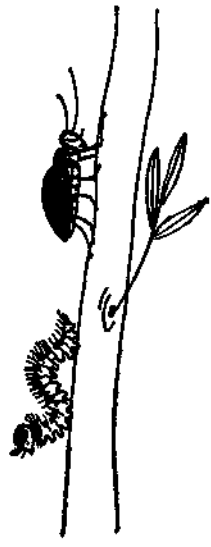


Рис. 48.

в) $-8 \cdot (-3 + 12) : 36 + 2$;
г) $2{,}3 \cdot (-6 - 4) : 5$;
д) $(-8 + 32) : (-6) - 7$;
е) $-21 + (-3 - 4 + 5) : (-2)$;
ж) $-6 \cdot 4 - 84 : (-3{,}8 + 1{,}7)$;
з) $(-6 + 6{,}4 - 10) : (-8) \cdot (-3)$.

338. Найдите значение выражения:

а) $(3m + 6m) : 9$; если $m = -12$; $-5{,}96$;
б) $(5{,}2a - 5{,}2b) : 5{,}2$, если $a = -27$; $b = -3{,}64$.

339. Докажите, что при любом значении переменной верно равенство:

а) $-28k : (-7) = 4k$;
б) $64x : (-8) = -8x$.

340. Жук ползёт вверх по стволу дерева (рис. 48) со скоростью $6\ \frac{см}{сек}$. По тому же дереву ползёт вниз гусеница. Сейчас она находится на 60 *см* ниже жука. С какой скоростью ползёт гусеница, если через 5 *сек* расстояние между ней и жуком будет 100 *см*?

341. Два велосипедиста едут навстречу друг другу с одинаковыми скоростями. Сейчас расстояние между ними 40 *км*, а через 3 *ч* будет 50 *км*. Найдите скорость каждого велосипедиста.

342. Решите уравнение и сделайте проверку:

а) $4x = -100$;
б) $-3x = -27$;
в) $-0{,}1y = 33$;
г) $10 \cdot (x - 4) = -80$;
д) $-7 \cdot (x + 9) = 70$;
е) $0{,}4 \cdot (3x - 5) = -3{,}2$;
ж) $2 \cdot (-6x + 3) + 6 = -12$;
з) $4 \cdot (3x - 7) + 12 = 8$.

▼

343. Выполните деление:

а) $57 : (-19)$;
б) $-123 : 41$;
в) $-147 : (-7)$;
г) $3{,}8 : (-2)$;
д) $-6{,}3 : 7$;
е) $-5{,}6 : (-56)$;
ж) $14{,}31 : (-2{,}7)$;
з) $-86{,}2 : (-0{,}1)$;
и) $-51{,}34 : (-1{,}7)$.

344. Выполните действия:

а) $(48-57):0{,}9$;
б) $(-84{,}2-45{,}8):(-0{,}01)$;
в) $(-24{,}6+13{,}8):2{,}7$;
г) $643{,}2:(-87{,}3+85{,}7)$;
д) $3{,}2:(-0{,}4\cdot 0{,}2)$;
е) $-4{,}9:(-0{,}2\cdot 0{,}3-0{,}1)$.

345. Найдите значение выражения:

а) $(45x-66x):(-3)$, если $x=4$; 0,4;
б) $(4{,}8a+4{,}8b):2{,}4$, если $a=-3{,}5$; $b=2{,}5$.

346. Из городов A и B, расстояние между которыми 250 *км*, одновременно выехали навстречу друг другу два мотоциклиста. Через 2 *ч* после выезда им осталось проехать до встречи 30 *км*. Скорость одного из мотоциклистов больше скорости другого на 10 $\frac{км}{ч}$. Найдите скорость каждого мотоциклиста.

347. Через 2 *ч* после выхода со станции A тепловоз увеличил скорость на 12 $\frac{км}{ч}$ и через 5 *ч* после начала движения прибыл в пункт назначения B. Какова скорость тепловоза в начале пути, если расстояние от A до B 261 *км*?

348. Через реку построен мост длиной 234 *м*. Он имеет 5 пролётов, 4 из которых имеют одинаковую длину, а пятый на 14 *м* длиннее каждого из остальных. Какова длина каждого пролёта?

27. Решение уравнений.

При решении уравнений нам приходилось к левой и правой частям прибавлять одно и то же число. Рассмотрим примеры:

Пример 1. $x + 8{,}4 = 6{,}2;$
$x + 8{,}4 - 8{,}4 = 6{,}2 - 8{,}4;$
$x = 6{,}2 - 8{,}4.$

Пример 2. $-2{,}7 + x = 4{,}3;$
$-2{,}7 + x + 2{,}7 = 4{,}3 + 2{,}7;$
$x = 4{,}3 + 2{,}7.$

Сравним в этих примерах первое уравнение с третьим. Третье уравнение можно сразу получить из первого, если в нём перенести слагаемое из одной части в другую, изменив при этом его знак. Мы видим, что ***слагаемые можно переносить из одной части уравнения в другую, изменяя при этом их знаки.***

"1!

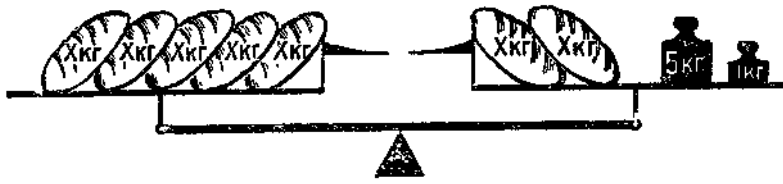


Рис. 49.

Иногда при решении уравнений приходится переносить из одной части в другую слагаемые, содержащие переменные. Составим уравнение по рисунку 49:

$$5x = 2x + 6. \qquad (1)$$

Чтобы найти вес одной буханки, снимем с обеих чашек весов по 2 буханки. Другими словами, вычтем из обеих частей уравнения по $2x$, то есть прибавим по $-2x$:

$$5x - 2x = 2x + 6 - 2x. \qquad (2)$$

Упростив правую часть уравнения, получим:

$$5x - 2x = 6.$$

Уравнение $5x - 2x = 6$ можно получить из уравнения $5x = 2x + 6$ с помощью переноса слагаемого $2x$ из одной части в другую с изменением его знака. Решая уравнение $5x - 2x = 6$, получаем: $x = 2$. Значит, вес одной буханки равен 2 *кг*.

Пример 3. Решим уравнение:

$$8x + 3 = 10x - 7.$$

Перенесём слагаемое $10x$ из правой части уравнения в левую, а слагаемое 3 из левой в правую:

$$8x - 10x = -7 - 3.$$

Упростим левую и правую части уравнения:

$$-2x = -10.$$

Теперь разделим обе части уравнения на -2:

$$x = 5.$$

Проверим полученный ответ: $8 \cdot 5 + 3 = 10 \cdot 5 - 7$. Получилось верное равенство, так как значение каждой части равенства есть число 43. Корнем данного уравнения является число 5.

349. Перенесите из левой части уравнения в правую то слагаемое, которое не содержит переменную:

а) $8x + 5{,}9 = 7x + 20$; б) $6x - 8 = -5x - 1{,}6$.

350. Соберите в левой части уравнения все слагаемые, содержащие переменные, а в правой — не содержащие переменных:

а) $15y - 8 = -6y + 3{,}4$; б) $-16y + 1{,}7 = 2y - 1$.

351. Решите уравнение:

а) $6x - 12 = 5x + 4$;
б) $-9a + 8 = -10a - 2$;
в) $7m + 1 = 8m + 9$;
г) $-12m - 3 = 11m - 3$;
д) $4 + 25y = 6 + 24y$;
е) $11 - 5x = 12 - 6x$;
ж) $4y + 7 = -3 + 5y$;
з) $6 - 2y = 8 - 3y$.

352. Решите уравнение:

а) $5x + 3 = 2x$;
б) $-0{,}4a - 14 = 0{,}3a$;
в) $8x - 25 = 3x + 30$;
г) $6{,}9 - 9m = -5m - 33{,}1$;
д) $6k - 100 = 9k - 1$;
е) $4{,}7 - 8x = 4{,}9 - 10x$;
ж) $7{,}3a = 1{,}6a$;
з) $-19m = 11m$.

353. Решите уравнение и сделайте проверку:

а) $-40 \cdot (-7x + 5) = -1600$;
б) $2{,}1 \cdot (4 - 6a) = -42$;
в) $(-20a - 50) \cdot 2 = 100$;
г) $-3 \cdot (2 - 15x) = -6$;
д) $-3 \cdot (2x + 1) = -33 - 3x$;
е) $0.4 \cdot (7 - 5m) = -2 + 0{,}4m$;
ж) $6 - x = 3 \cdot (-8 + 3x)$;
з) $-1{,}6 \cdot (x - 6) = -1{,}2 \cdot (x - 8)$.

354. Решите уравнение:

а) $-27x + 220 = -5x$;
б) $7a = -310 - 3a$;
в) $-2x + 16 = 5x - 19$;
г) $25 - 3b = 9 - 5b$;
д) $3 + 11y = 203 + y$;
е) $3 \cdot (4x - 8) = 3x - 6$;
ж) $-4 \cdot (-x + 7) = x + 17$;
з) $a - 32 = (a + 8) \cdot (-7)$;
и) $12 - 2 \cdot (x + 3) = 26$;
к) $-5 \cdot (3a + 1) - 11 = -16$.

355. Найдите значение выражения $(3a - 8b) - (4a + 11b) + a$, если $a = -24$; $b = -4$.

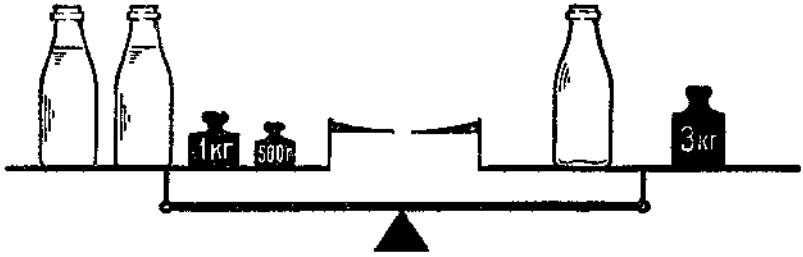


Рис. 50.

356. Выполните действия:

а) $(-0{,}8 \cdot 1{,}2 + 1{,}06) : (-0{,}5)$; б) $(-30{,}15 : 15 + 0{,}93) \cdot (-2{,}4)$.

357. Бутылка с кефиром в 2 раза тяжелее пустой бутылки. Галя выпила половину бутылки кефира. Сколько граммов кефира выпила Галя? При решении задачи воспользуйтесь рисунком 50.

358. Кусок электропровода длиной 68 *м* разрезали на 4 части. Первые две части были одинаковой длины, третья — в 2 раза больше первой, а четвёртая — на 3 *м* длиннее второй. Какова длина каждой части?

28. Решение задач с помощью уравнений.

При решении задач с помощью уравнений иногда в ответе получаются отрицательные числа. Рассмотрим задачу.

З а д а ч а. Ване 15 лет, а Тане 9 лет. Через сколько лет Ваня будет вдвое старше Тани?

Пусть Ваня будет вдвое старше Тани через x лет. Ему тогда будет $15 + x$ лет, а Тане $9 + x$ лет. Так как Ваня будет в два раза старше Тани, то возраст Вани будет $2 \cdot (9 + x)$. По условию число $2 \cdot (9 + x)$ должно быть равно $15 + x$:

$$2 \cdot (9 + x) = 15 + x.$$

Решим полученное уравнение:

$$18 + 2x = 15 + x;$$
$$2x - x = 15 - 18;$$
$$x = -3.$$

Мы получили ответ: Ваня будет вдвое старше Тани через — 3 года. Ответ означает, что Ваня был вдвое старше Тани 3 года назад.

359. Объясните ответы, которые получились при решении задачи с помощью уравнения:

а) температура повысилась на $-7°$;
б) температура понизилась на $-5°$;
в) Лёня легче Вити на — 3,75 *кг*;
г) поезд придёт на станцию через -2 *ч*.

360. Сыну 14 лет. Он моложе своего отца на 33 года. Через сколько лет отец будет старше сына в 4 раза? Объясните полученный ответ.

361. Всадник и велосипедист едут по одной дороге навстречу друг другу. Сейчас расстояние между ними 72 *км*. Через сколько часов они встретятся, если скорость всадника $8\frac{км}{ч}$, а велосипедиста $10\frac{км}{ч}$?

362. Газовая туристская плитка и два баллона весят 7 *кг*. Плитка легче баллона на 2 *кг*. Найдите вес баллона.

363. В двух четвёртых классах учится 79 человек. В одном из них на 3 ученика больше, чем в другом. Сколько человек в каждом классе?

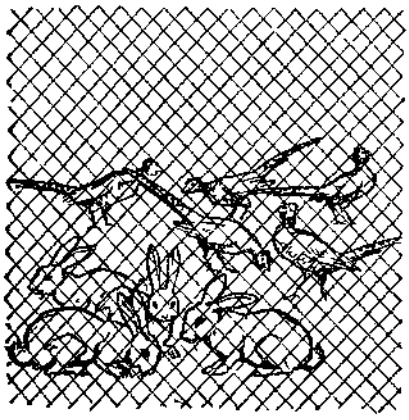
364. За три дня было продано 830 *кг* апельсинов. Во второй день продали на 30 *кг* меньше, чем в первый, а в третий — в 3 раза больше, чем во второй. Сколько килограммов апельсинов было продано в первый день?

365. Пальто, ботинки и фуражка стоят 43 руб. Ботинки в 3 раза дороже фуражки, а фуражка на 35 руб. дешевле пальто. Сколько рублей стоит каждая вещь?

366. Периметр треугольника ABC равен 85 *см*. Сторона AB меньше стороны BC на 15 *см*, а сторона AC больше стороны AB на 22 *см*. Найдите длину стороны BC.

367. Сумма четырёх последовательных целых чисел равна 2. Найдите эти числа.

368. В летние каникулы я проехал на поезде на 120 *км* больше, чем на пароходе. Если бы я проехал на поезде в 4 раза



больше, а на пароходе в 8 раз больше, чем проехал в действительности, то общий путь составил бы 1200 *км*. Сколько километров я проехал на пароходе?

369. Килограмм чаю дороже килограмма кофе на 6 руб. Но 6 *кг* чаю стоят столько же, сколько стоят 15 *кг* кофе. Сколько стоят килограмм чаю и килограмм кофе?

370. В клетке сидят фазаны и кролики. У них 19 голов и 62 ноги. Сколько фазанов и сколько кроликов в клетке?

371. Журнал стоит 0,6 руб., а книга 1,4 руб. Сколько куплено книг и сколько журналов, если за 25 книг и журналов заплатили 28,6 руб.?

372. Заготовленного сена хватило на 45 дней. Если бы расход сена уменьшили на 8 *ц* в день, то его хватило бы на 48 дней. Сколько центнеров сена было заготовлено на 1 день? Можно ли найти вес всего заготовленного сена?

373. Матери было 26 лет, когда родилась дочь, и 31 год, когда родился сын. Сколько лет теперь каждому из них, если им всем вместе 60 лет?

▼

374. Шаг Пети на 12 *см* длиннее шага Толи. Но 4 шага Пети короче 6 шагов Толи на 54 *см*. Найдите длину шага каждого мальчика.

375. На первом катере было в 2 раза больше людей, чем на втором. Когда на ближайшей пристани с первого катера сошло 98 человек, а со второго 16 человек, то на обоих катерах людей стало поровну. Сколько человек было на каждом катере первоначально?

376. В одном элеваторе было зерна в 3 раза больше, чем в другом. Из первого элеватора вывезли 960 *т* зерна, а во второй привезли 240 *т*, после чего в обоих элеваторах зерна стало поровну. Сколько зерна было первоначально в каждом элеваторе?

377. На железнодорожной станции стояли два состава, причём в одном из них было в 2 раза больше вагонов, чем в другом. Когда от первого состава отцепили 14 вагонов и прицепили их ко второму составу, то вагонов в составах стало поровну. Сколько вагонов было в каждом составе?

378. Выполните действия:

а) $(112 : 28 - 36 - 24) : (-1{,}4)$;

б) $4{,}9 - 4{,}8 : (3 - 19) - 1{,}4 : (-8)$;

в) $-5{,}7 : (-19) - 0{,}8 \cdot (-4) + 2{,}7 : 0{,}3$;

г) $(-6{,}4 \cdot 0{,}3 + 5{,}4 \cdot 0{,}3) : (-0{,}2) - 5{,}1$.

§ 7. ДИАГРАММЫ И ГРАФИКИ.

29. Столбчатые диаграммы.

В 1950 году социалистические страны Европы выплавили 36 млн. тонн стали, в 1960 году — 87 млн. тонн, а в 1966 году — 130 млн. тонн. Можно наглядно изобразить рост выплавки стали в социалистических странах Европы. Нарисуем три столбика (прямоугольника), ширина каждого из которых 1 *см*. Высота бу-

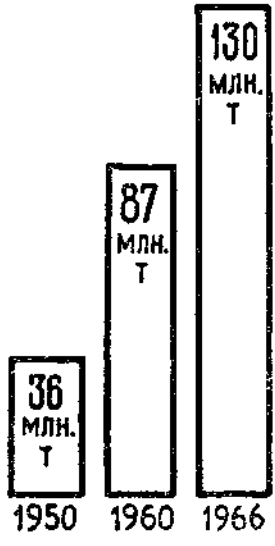


Рис. 51.

Рис. 52

дет зависеть от количества выплавленной стали. Для того чтобы столбики не получились слишком большими, будем считать, что одному миллиметру высоты столбика соответствует 2 млн. тонн стали. Тогда выплавка стали за 1950 год изобразится столбиком высотой в 18 *мм* (36 : 2 = 18), за 1960 год — столбиком высотой в 43,5 *мм* (87 : 2 = 43,5), а за 1966 — столбиком в 65 *мм* (130 : 2 = 65). У нас получилась столбчатая диаграмма, показывающая рост выплавки стали (рис. 51).

При построении диаграммы можно чертить более узкие прямоугольники (рис. 52) или просто отрезки.

379. Постройте столбчатую диаграмму роста добычи нефти в социалистических странах Европы, считая, что одному миллиметру высоты столбика соответствует 2 млн. тонн нефти. Воспользуйтесь данными:

Годы	1950	1960	1966
Добыто нефти в млн. тонн	43,4	161	283

380. Постройте диаграмму сбора урожая картофеля в нашей стране за указанные в таблице годы.

Год	1913	1940	1960	1968
Урожай картофеля в млн. тонн	31,9	76,1	84,4	101,6

▼

381. Мебельная фабрика выпустила в первом квартале 12 тыс. стульев, во втором — 16 тыс. стульев, в третьем — 16 тыс. стульев, в четвертом — 18 тыс. стульев. Постройте столбчатую диаграмму выпуска стульев мебельной фабрикой по кварталам.

382. Поезд шёл 3 *ч* со скоростью $a\frac{км}{ч}$ и 5 *ч* со скоростью $b\frac{км}{ч}$. Найдите среднюю скорость поезда за это время. Найдите значение получившегося выражения, если $a=64$, $b=52$.

30. Графики.

Когда Маше был 1 год, её рост составлял 70 *см*, когда ей было 3 года — 100 *см*, 5 лет — 120 *см* и 7 лет — 135 *см*. По этим данным можно построить диаграмму (рис. 53). Но на этой диаграмме не полностью видно, как менялся рост Маши: она росла всё время, а на диаграмме виден её рост только в возрасте 1, 3, 5 и 7 лет. Соединим верхние концы столбиков отрезками, получится ломаная линия, которая лучше показывает, как изменялся рост Маши.

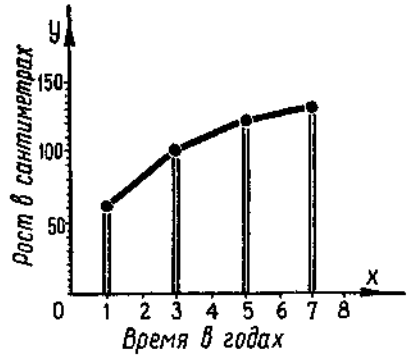


Рис. 53.

Мы видим, что в 4 года её рост примерно равнялся 110 *см*, а в 6,5 лет — 132 *см*.

Если бы рост Маши измеряли всё время, то получилась бы не ломаная, а гладкая линия, изображённая на рисунке 54. По этой линии можно узнать рост Маши в любой момент времени от 1 года до 7 лет. Так, например, в 2 года её рост был 85 *см*. Эту линию называют графиком роста Маши.

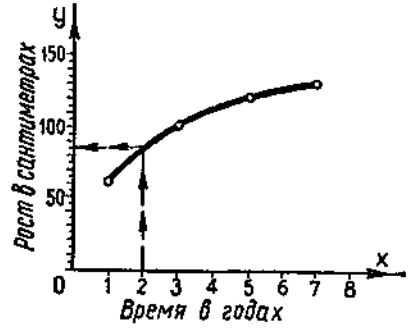


Рис. 54.

Чтобы легче было читать графики, их чертят на миллиметровой бумаге. Например, график роста Маши на миллиметровой бумаге показан на рисунке 55.

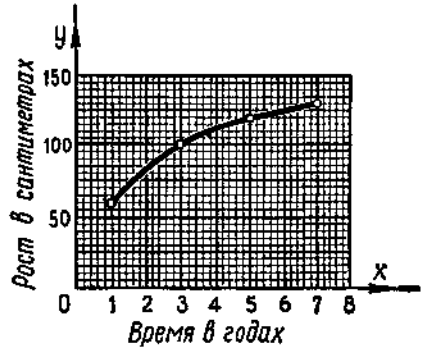


Рис. 55.

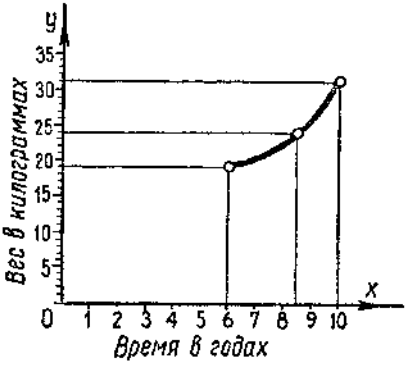


Рис. 56.

383. На рисунке 56 показан график изменения веса Пети. Сколько весил Петя, когда ему было 6 лет, 8,5 лет, 10 лет?

384. На прямой OX (рис. 57) отмечается время в часах, а на прямой OY — температура в градусах. По графику изменения температуры воздуха узнайте:

а) какая температура была в 3,3 ч; 5,5 ч; 18,5 ч;

б) в какое время температура была равна 8°; —9°; 10°;

в) была ли в течение суток температура 0°; —5°;

г) в какое время была самая высокая и в какое время была самая низкая температура;

д) когда было теплее — в 13 ч или в 19 ч;

е) как изменялась температура в промежутке времени от 9 ч до 12 ч.

385. Валерий заболел. На графике (рис. 58) показано изменение температуры больного. Ответьте на вопросы.

а) Сколько дней у Валерия температура была повышенной?

б) В какой день после начала болезни температура была самой высокой?

в) В какие дни болезни температура повышалась?

г) В какие дни болезни температура понижалась?

д) В какой день температура Валерия была ниже 37°?

386. Прочитайте по графику (см. рис. 57):

а) когда температура была ниже нуля и когда выше нуля;

б) в каком промежутке времени температура повышалась (возрастала) и в каком понижалась (убывала).

387. На рисунке 59 показан график температуры воды в электрическом самоваре. По прямой OX откладывали время в минутах, а по прямой OY температуру воды в градусах. Какие сведения вы можете получить, рассматривая график?

388. Рыболов рассказал, что, выйдя из дома, он шёл 2 ч по берегу реки и дошёл до впадения в неё притока. Там он ловил рыбу 1,5 ч, а потом пошёл дальше. Через 1 ч он выбрал новое место, где в течение 2 ч ловил рыбу, варил уху, обедал.

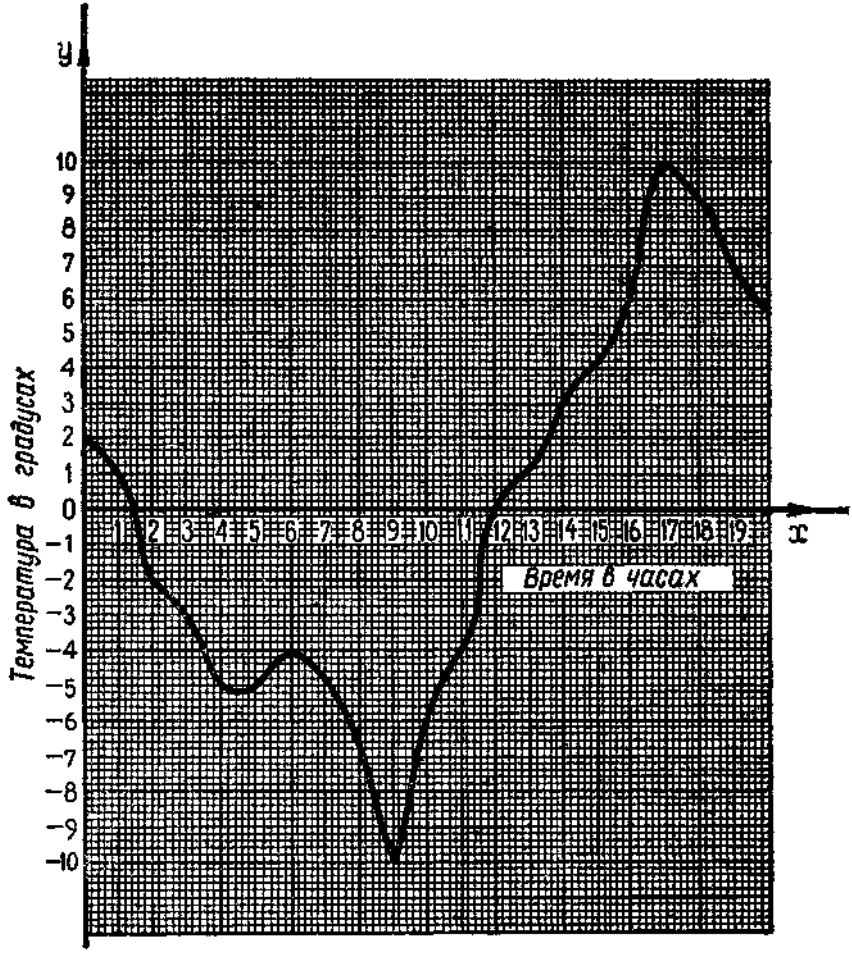


Рис. 57.

После обеда он отправился домой. На всё он затратил 9 *ч*. График движения рыболова изображён на рисунке 60. Ответьте на следующие вопросы:

а) На каком расстоянии от дома был рыболов через 30 *мин*, 4 *ч* 40 *мин*, 5,5 *ч* после выхода из дома?

б) Через сколько часов после выхода из дома рыболов был в 8 *км* от дома?

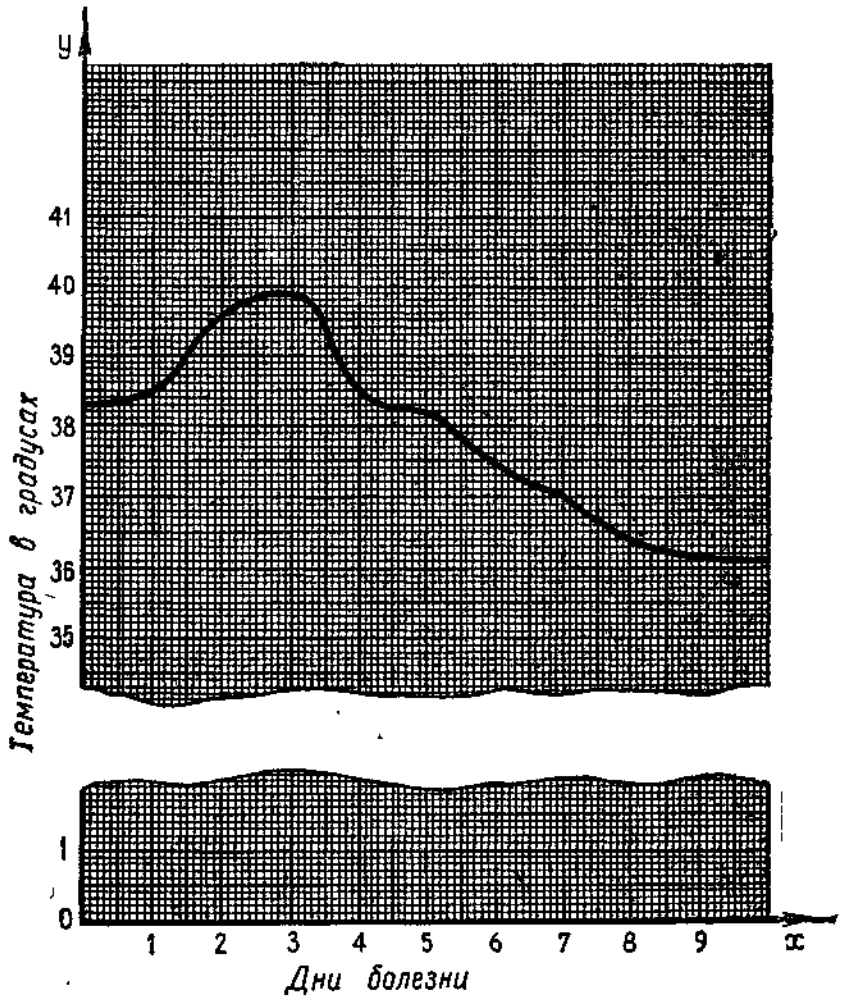


Рис. 58.

в) Когда расстояние от дома увеличивалось, уменьшалось и не изменялось?

г) Сколько километров прошёл рыболов за 3 последних часа?

д) С какой скоростью рыболов шёл в первый и с какой — в последний час пути? Чему равна скорость движения ры-

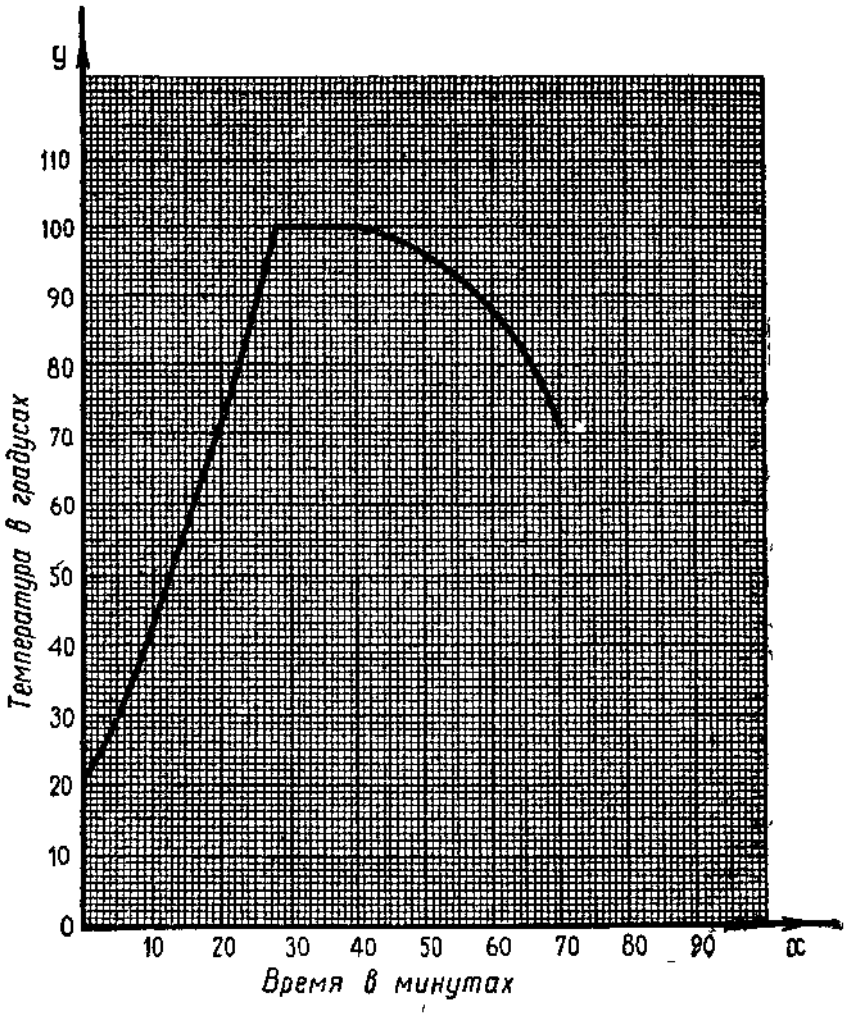


Рис. 59.

болова в промежутке времени между пятым и шестым часом после выхода из дома?

389. Составьте рассказ по графику, изображённому на рисунке 61.

390. Цена одного килограмма мяса 2 руб. Сколько стоят x кг мяса? Составьте таблицу для значений $x = 1, 2, 3, 4, 5$. Обо-

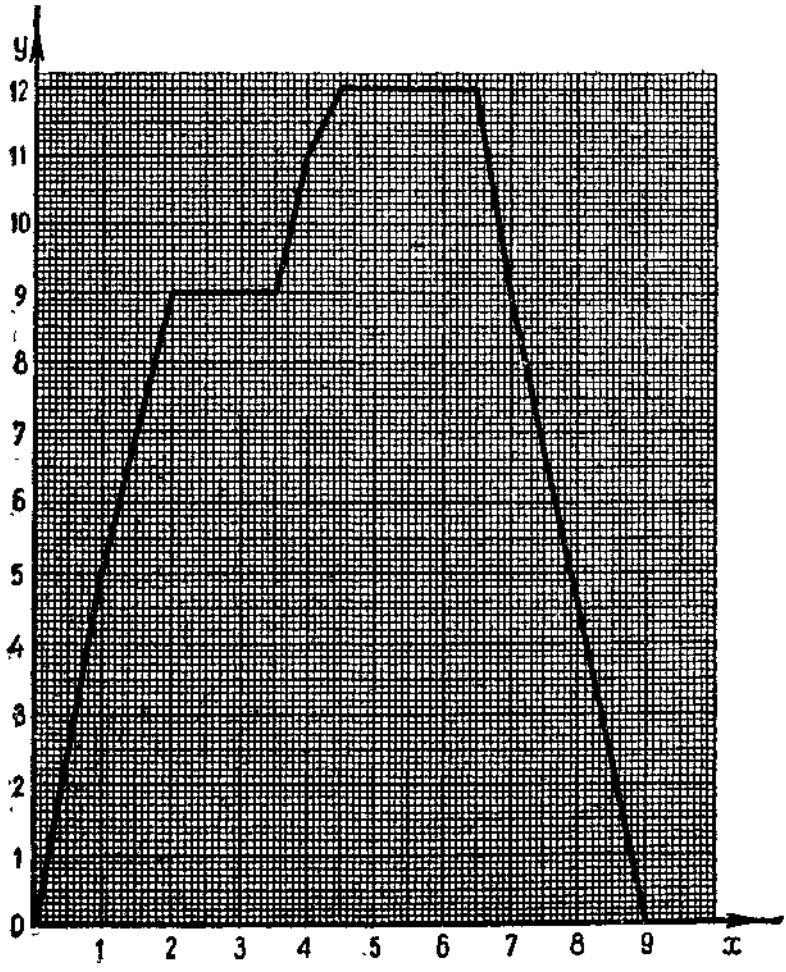


Рис. 60.

значьте стоимость мяса буквой y. Напишите формулу для решения задачи. Пользуясь таблицей, постройте график стоимости мяса.

391. Турист несколько часов двигался со скоростью $3\frac{км}{ч}$. Сколько километров он прошёл за x ч? Составьте таблицу для $x = 1, 2, 3, 4$. Напишите формулу пути туриста. Постройте график движения туриста.

392. Из молока получается 20% сливок. Сколько сливок получается из x *кг* молока? Составьте таблицу значений y, если x изменяется от 1 до 10. Шаг таблицы равен 1. Составьте формулу для вычисления веса сливок y в зависимости от веса молока x. Начертите график зависимости веса сливок от веса взятого молока и ответьте на вопросы:

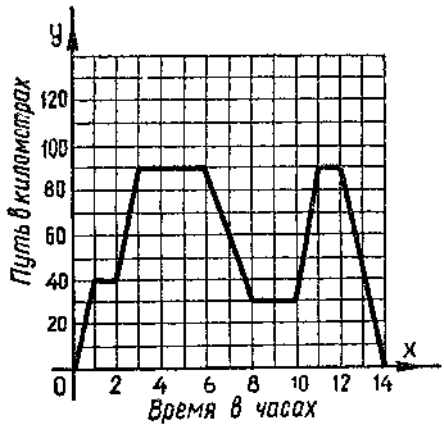


Рис. 61.

а) Сколько сливок получится из 2,5 *кг* молока; 4,8 *кг*; 7,2 *кг*?

б) Сколько надо молока, чтобы получилось 0,6 *кг*; 1,5 *кг*; 1,7 *кг* сливок?

▼

393. Начертите в одной системе координат графики движения пассажирского и скорого поездов на участке от станции «Зелёная до станции «Синяя», используя данные таблицы:

Расстояние в километрах от станции «Зелёная»	Пункты остановок	Пассажирский поезд		Скорый поезд	
		Прибытие	Отправление	Прибытие	Отправление
0	Зелёная	—	3 ч	—	4 ч
150	Красная	5 ч 30 *мин*	6 ч	6 ч 15 *мин*	6 ч 30 *мин*
200	Жёлтая	7 ч	7 ч 45 *мин*	7 ч 15 *мин*	7 ч 30 *мин*
300	Синяя	9 ч 30 *мин*	—	9 ч	—

394. Мальчик истратил на покупку книги 40% имевшихся у него денег, а на 25% оставшихся денег купил билет в кино. Сколько денег было у мальчика, если билет в кино стоил 30 коп?

395. Решите уравнение:

а) $0{,}9\cdot(3x+16)-5\cdot(0{,}8x+3)=2$;

б) $19{,}4\cdot(2-5x)=38-5\cdot(9x-11{,}6)$.

Глава II.

ДЕЛИМОСТЬ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ.

§ 8. ДЕЛИТЕЛИ И КРАТНЫЕ.

31. Делитель.

Число 28 делится нацело на 7. Говорят, что число 7 есть делитель числа 28. Число 15 не является делителем числа 40, потому что 40 не делится нацело на 15.

Делителем данного числа называется такое число, на которое данное число делится нацело.

В этой главе мы будем рассматривать лишь натуральные числа и их натуральные делители.

396. Верно ли высказывание:

а) 5 — делитель 35;
б) 65 — делитель 13;
в) 11 — делитель 99;
г) 73 — делитель 73?

397. Какие из чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10 являются делителями числа 20?

398. Напишите множество делителей:

а) числа 12;
б) числа 32;
в) числа 19;
г) числа 60.

399. Мальчику дали 90 коп. и попросили купить на все деньги конфет одного сорта. В буфете продавали конфеты по 2 коп., 5 коп. и 11 коп. штука. Какие конфеты мог купить мальчик?

400. Найдите все делители числа 30 и запишите их в порядке возрастания.

401. Площадь прямоугольника, длины сторон которого выражаются натуральными числами, равна 36 $см^2$. Сколько разных прямоугольников с такой площадью? Какой из них имеет наименьший периметр?

402. Периметр прямоугольника, длины сторон которого выражаются натуральными числами, равен 12 *см*. Сколько разных прямоугольников с таким периметром? Какой из них имеет наибольшую площадь?

403. Напишите множество делителей:
а) числа 48; б) числа 23; в) числа 1.

404. Отметьте на луче числа: $\frac{1}{6}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{4}$; $\frac{7}{6}$.

405. В 3 ч дня из двух населённых пунктов M и N, расстояние между которыми 13 *км*, вышли навстречу друг другу два пионерских отряда. Скорость отряда, вышедшего из пункта M, была на 0,5 $\frac{км}{ч}$ больше скорости второго отряда. Найдите скорость каждого отряда, если их встреча произошла в 5 ч.

32. Общие делители.

Пересечение и объединение множеств.

Пусть A — множество делителей числа 12 и B — множество делителей числа 18:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\};$$
$$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}.$$

Множества A и B имеют общие элементы: 1, 2, 3 и 6, которые являются общими делителями чисел 12 и 18.

Множество $\{1, 2, 3, 6\}$ называют пересечением множеств A и B. Для обозначения пересечения множеств используют знак $\cap$:

$$A \cap B.$$

Запись $A \cap B$ читают так: «Пересечение множеств A и B». Значит,

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}.$$

Пересечением двух множеств называется множество, состоящее из их общих элементов.

Объединим множества A и B в одно множество:

$$\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}.$$

В него вошли только те числа, которые содержатся или во множестве A, или во множестве B, или в обоих этих множествах. Множество $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$ называют объединением множеств A и B. Для обозначения объединения множеств используют знак $\cup$:

$$A \cup B.$$

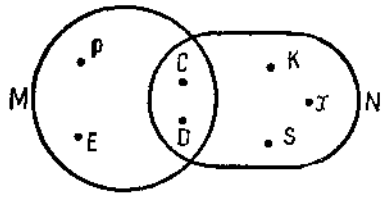


Рис. 62.

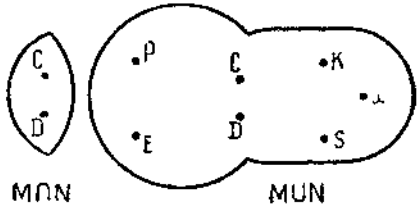


Рис. 63.

Запись $A \cup B$ читают так: «Объединение множеств A и B». Значит,

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$$

Объединением двух множеств называют множество, состоящее из элементов, которые входят хотя бы в одно из этих множеств.

Пусть даны два множества: $X = \{a, b, c, d, e\}$ и $Z = \{c, d, e, f\}$. Объединение X и Z можно составить двумя способами: выписать все элементы из X и добавить недостающие элементы из Z или выписать все элементы из Z и добавить все недостающие элементы из X.

$$X \cup Z = \{a, b, c, d, e, f\}.$$

На рисунке 62 изображены два множества M и N. Одно из них состоит из точек C, D, P и E, а другое — из точек C, D, K, S и X:

$$M = \{C, D, P, E\}; \qquad N = \{C, D, K, S, X\}.$$

Их пересечение состоит из точек C и D, а объединение состоит из точек C, D, P, E, K, S, X (рис. 63):

$$M \cap N = \{C, D\}; \; M \cup N = \{C, D, P, E, K, S, X\}.$$

406. Найдите общие делители чисел:

а) 22 и 26; г) 10, 25 и 15;
б) 15 и 21; д) 24, 17 и 19;
в) 42 и 21; е) 35, 23 и 14.

407. Ребята получили на ёлке одинаковые подарки. Во всех подарках было 123 апельсина и 82 яблока. Сколько ребят присутствовало на ёлке? Сколько апельсинов и сколько яблок было в каждом подарке?

408. Отец дал сыну 60 коп. одинаковыми монетами, а дочери 90 коп. другими, но также одинаковыми монетами. Дети получили монет поровну. Сколько монет получил каждый из них? Какие монеты отец дал сыну и какие дал дочери?

409. K — множество делителей числа 15, M — множество делителей числа 18, P — множество делителей числа 9. Запишите с помощью фигурных скобок пересечение и объединение:

а) K и M; в) K и P;
б) M и P; г) M и K.

410. Известно, что $A = \{б, в, г, д, е, ж\}$; $B = \{б, г, е, и, л\}$; $C = \{в, д, ж\}$. Запишите с помощью фигурных скобок или знака $\varnothing$ каждое из множеств:

$A \cap B$, $A \cup B$, $B \cap A$, $B \cup A$, $A \cap C$, $A \cup C$, $B \cap C$, $B \cup C$.

411. Обозначьте буквой X множество целых решений неравенства $-5 < x < 4$, а буквой Y — множество целых решений неравенства $-2 < y < 7$. Запишите с помощью фигурных скобок пересечение и объединение X и Y.

412. M — множество учеников нашего класса, N — множество шахматистов нашей школы. Что представляет собой $M \cap N$ и $M \cup N$?

▼

413. Найдите общие делители чисел:

а) 35 и 14; в) 6, 12 и 18;
б) 39 и 42; г) 10, 15 и 25.

414. Обозначьте буквой M множество целых решений неравенства $-8 \leqslant m < -1$, обозначьте буквой X множество целых решений неравенства $-10 < x \leqslant -3$. Запишите с помощью фигурных скобок пересечение и объединение множеств M и X.

415. Турист рассчитывал пройти 30 *км*. В первый день он прошёл $\frac{5}{6}$ этого расстояния. Сколько километров осталось пройти туристу?

416. Найдите значение выражения $-0{,}21 : 5 + 3{,}17 : (-8) - -2{,}22 : (-16) + 3{,}7 : (-4)$.

33. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа.

Пусть A — множество делителей числа 48, а B — множество делителей числа 36:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\};$$
$$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}.$$

Общими делителями чисел 48 и 36 являются числа: 1, 2, 3, 4, 6, 12. Наибольшее среди них — число 12. Его называют **наибольшим общим делителем** чисел 48 и 36 и обозначают D (48, 36). Значит,

$$D\ (48,\ 36) = 12.$$

Найдём наибольший общий делитель чисел 70 и 81. Напишем множество делителей чисел 70 и 81:

$$\{1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70\};$$
$$\{1, 3, 9, 27, 81\}.$$

Составим множество общих делителей: $\{1\}$. Оно состоит лишь из одного числа 1. Значит, наибольший общий делитель 70 и 81 равен 1:

$$D\ (70,\ 81) = 1.$$

Такие числа, как 70 и 81, называют в з а и м н о п р о с т ы м и.

Взаимно простыми числами называются такие числа, наибольший общий делитель которых равен единице.

417. Найдите наибольший общий делитель чисел:

а) 12 и 20; в) 16, 18 и 24;

б) 30 и 45; г) 10, 15 и 25.

418. Что больше: D (22, 33) или D (46, 58)?

419. Чему равен D (a, b), если a делится нацело на b?

420. Лист картона имеет форму прямоугольника, длина которого 48 *см*, а ширина 40 *см*. Этот лист надо разрезать на равные квадраты. Какие наибольшие квадраты можно получить?

421. Являются ли взаимно простыми числа:

а) 35 и 40; в) 8, 12 и 22;

б) 77 и 20; г) 10, 30 и 41?

422. Найдите среди чисел 9, 14, 15 и 27 три пары взаимно простых чисел.

▼

423. Найдите наибольший общий делитель чисел:
а) 42 и 63; в) 32, 40 и 61;
б) 15 и 60; г) 42, 84 и 91.

424. Найдите среди чисел 4, 8, 3, 13, 26 все пары взаимно простых чисел.

425. Напишите все правильные дроби со знаменателем 12, числитель и знаменатель которых — взаимно простые числа.

426. В одном элеваторе было зерна в 3 раза больше, чем во втором. Когда из первого элеватора вывезли 620 *т*, а во второй привезли 260 *т*, то в обоих элеваторах зерна стало поровну. Сколько тонн зерна было в каждом элеваторе первоначально?

427. Выполните действия:
$2{,}7 \cdot (1{,}163 - 8{,}16) - 1{,}4 \cdot (2{,}3 - 5)$.

34. Кратное.

Число 39 нацело делится на 3, так как частное 39 и 3 есть целое число 13. Говорят, что 39 **кратно** 3. Число 8 не кратно 5, потому что частное 8 и 5 не целое число.

Кратным данного числа называется такое число, которое делится нацело на данное число.

Предложение «*x* кратно *a*» означает то же самое, что и предложения «*x* делится нацело на *a*», «*a* — делитель *x*».

428. Верно ли высказывание:
а) 75 кратно 25; г) 42 не кратно 20;
б) 25 — делитель 75; д) 28 кратно 56;
в) 36 кратно 9; е) 28 — делитель 56?

429. Выберите из множества {14, 21, 31, 42, 51, 63, 68, 75} те числа, которые:
а) кратны 7; в) не кратны 8;
б) кратны 17; г) не кратны 2.

430. *M* — множество чисел, кратных 5. Напишите 3 числа, принадлежащие этому множеству, и 3 числа, не принадлежащие ему.

431. Найдите наибольшее двузначное число, кратное 13.

432. Назовите наименьшее число, кратное 9. Существует ли наибольшее число, кратное 9?

Рис. 64.

433. На рисунке 64 изображён в натуральную величину один кадр фотоплёнки. Каких размеров получится фотография при пятикратном увеличении? Уместится ли изображение этого кадра при десятикратном увеличении на бумаге, размеры которой 24 × 30 *см*?

▼

434. Напишите множество двузначных чисел, кратных 13, кратных 57.

435. Докажите, что числа:

а) 7105 и 10 759 кратны числу 203;

б) 74 292 и 74 538 кратны числу 246.

436. Начертите прямоугольник, длина которого 8 *см*, а ширина 4 *см*. Начертите отдельно $\frac{3}{4}$ этого прямоугольника, $\frac{5}{8}$ этого прямоугольника, $\frac{7}{4}$ этого прямоугольника.

35. Формула числа, кратного данному.

Если 1 карандаш стоит 3 коп., то 2 карандаша стоят 6 коп., 3 карандаша — 9 коп., 4 карандаша — 12 коп. и т. д. Получается последовательность чисел, кратных 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ... Многоточие показывает, что эта последовательность продолжается бесконечно. На первом месте в ней стоит число 3, на втором — число 6, на четвёртом — число 12. Число 3 называют п е р в ы м ч л е н о м п о с л е д о в а т е л ь н о с т и, число 6 — в т о р ы м членом последовательности, число 12—ч е т в ё р т ы м членом. Чтобы найти л ю б о й член последовательности, надо число 3 умножить на номер члена. Это правило можно записать в виде формулы $x = 3n$, в которой буквой x обозначен тот член последовательности, номер которого равен n. Например, если $n = 25$, то $x = 3 \cdot 25 = 75$, то есть 25-й член последовательности равен 75.

Формулу $x = 3n$ называют формулой чисел, кратных 3.

437. Напишите последовательность чисел, кратных 9. Назовите 4-й, 7-й и 20-й члены этой последовательности. Какое число стоит в этой последовательности на 100-м месте? На каком месте в последовательности стоит число 99?

438. Напишите формулу для вычисления любого члена последовательности натуральных чисел, кратных 6. Найдите по этой формуле 31-й и 52-й члены последовательности. Входят ли в эту последовательность числа: 216, 441, 444?

439. По какой формуле можно найти число, кратное: 2, 4, 5, 7, 8, 10, 20, 110?

440. Рассмотрите последовательности:
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...;
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, ...
Первая из них — последовательность чисел, кратных 2, вторая — последовательность чисел, дающих при делении на 2 в остатке 1. Напишите формулу для вычисления любого члена каждой из этих последовательностей.

441. Напишите формулу чисел, дающих при делении:

а) на 3 в остатке 1;
б) на 3 в остатке 2;
в) на 4 в остатке 2;
г) на 10 в остатке 7.

442. Напишите последовательность, любой член которой вычисляется по формуле $x = 4n + 1$. Каким свойством обладают члены этой последовательности?

▼

443. Напишите последовательность чисел, кратных 8. Назовите 5-й, 8-й и 16-й члены этой последовательности. Какое число стоит в этой последовательности на 80-м месте? На каком месте в последовательности стоит число 192?

444. Напишите формулу чисел:
а) кратных 5;
б) дающих при делении на 5 в остатке 3.

445. На двух книжных полках было 64 книги. Когда со второй полки переложили на первую 3 книги, то на первой полке оказалось книг в 3 раза больше, чем на второй. Сколько книг было на каждой полке первоначально?

446. После увеличения зарплаты на 15% рабочий стал получать 117 руб. 30 коп. Какая зарплата была у рабочего до её увеличения?

36. Общее кратное. Наименьшее общее кратное.

Пусть A — множество чисел, кратных 4, а B — множество чисел, кратных 6:

$$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, \ldots\};$$
$$B = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, \ldots\}.$$

Числа 12, 24, 36, ... являются общими кратными 4 и 6.

Множество общих кратных чисел 4 и 6 есть пересечение множеств A и B:

$$A \cap B = \{12, 24, 36, 48, \ldots\}.$$

Множество общих кратных не имеет наибольшего числа, но имеет наименьшее число 12. Его называют **наименьшим общим кратным** 4 и 6 и записывают так:

$$K(4, 6) = 12.$$

447. Найдите 3 общих кратных для чисел:

а) 2 и 3; в) 5 и 6;
б) 10 и 5; г) 12 и 18.

448. Имеют ли числа 22 и 4 общее кратное, меньшее 100?

449. Мать дала поровну денег дочери и сыну, но каждому меньше рубля. Дочь получила двадцатикопеечные монеты, а сын — трёхкопеечные монеты. Сколько копеек мать дала каждому? Сколько монет получила дочь и сколько монет получил сын?

450. У колхозницы спросили, сколько яиц она принесла на рынок. Она сказала, что принесла не более 100 яиц. Все их можно без остатка разложить в кучи по 3 яйца, по 4 яйца и по 5 яиц. Сколько яиц принесла на рынок колхозница?

451. Найдите наименьшее общее кратное чисел:

а) 4 и 6; в) 3 и 9;
б) 15 и 10; г) 3, 4 и 5.

452. Что меньше: $K(12, 15)$ или $K(24, 12)$?

453. Чему равно $K(a, b)$, если a кратно b?

454. Может ли наименьшее общее кратное двух чисел равняться наибольшему общему делителю тех же чисел?

455. Шаг Володи 75 *см*, а шаг Кати 60 *см*. На каком наименьшем расстоянии они сделают по целому числу шагов?

456. Три самосвала выезжают с тока одновременно за зерном. Один возвращается через каждые 20 *мин*, другой — через 30 *мин* и третий — через 40 *мин*. Через какой наименьший срок три самосвала одновременно прибудут на ток?

▼

457. Найдите 4 общих кратных для чисел:

а) 7 и 4; в) 14 и 21;
б) 16 и 8; г) 15 и 10.

458. Найдите наименьшее общее кратное чисел:

а) 30 и 40; б) 18 и 36; в) 9 и 10; г) 14 и 35.

459. В феврале рабочий заработал 120 руб., а в марте 138 руб. На сколько процентов увеличился заработок рабочего?

460. Найдите значение выражения $(18{,}305 : 0{,}7 - 0{,}0368 : (-0{,}4)) - -0{,}4902 : 1{,}2$.

§ 9. ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ.

37. Делимость суммы.

Для облицовки одной стены надо 135 плиток, а для облицовки другой стены — 120 плиток. Пойдёт ли на облицовку этих стен целое число пачек, если в каждой пачке 15 плиток?

На первую стену пойдёт 9 пачек ($135 : 15 = 9$), а на вторую — 8 пачек ($120 : 15 = 8$). Значит, на облицовку обеих стен пойдёт 17 пачек. Этот результат можно получить иначе, если сумму 135 и 120 разделить на 15 ($135 + 120 = 255$; $255 : 15 = 17$). Числа 135 и 120 делятся нацело на 15. Их сумма также делится на 15. Это утверждение верно для любых чисел.

Если каждое слагаемое делится нацело на какое-то число, то и сумма делится нацело на это число.

Это предложение называют *теоремой о делимости суммы*. Докажем её.

Пусть при делении a на p в частном получается натуральное число n. Тогда a будет равно произведению p и n:

$$a = pn.$$

Пусть при делении b на p в частном также получается натуральное число k. Тогда

$$b = pk.$$

Теперь рассмотрим сумму $a + b$. Заменим в ней слагаемое a произведением pn, а слагаемое b — произведением pk. Получим:

$$a + b = pn + pk.$$

В выражении $pn + pk$ вынесем за скобку общий множитель p:

$$a + b = pn + pk = p(n + k).$$

Так как $a + b = p(n + k)$, то при делении $a + b$ на p в частном получится $n + k$, а $n + k$ — натуральное число (сумма натуральных чисел есть натуральное число). Значит, $a + b$ делится нацело на p.

461. Докажите, что сумма:

а) $42 + 84$ делится нацело на 21;

б) $666 + 6660$ делится нацело на 333;

в) $77 + 55 + 8888$ делится нацело на 11;

г) $870 + 1240 + 9100 + 5050$ делится нацело на 10.

462. Делится ли каждое слагаемое на 8? Делится ли нацело на 8 сумма:

а) $640 + 1616$;

б) $240 + 17$;

в) $257 + 63$;

г) $143 + 71$;

д) $56 + 40 + 88$;

е) $32 + 64 + 25$?

463. Верно ли высказывание:

а) Если сумма делится нацело на какое-то число, то каждое слагаемое делится нацело на это число?

б) Если каждое слагаемое не делится нацело на какое-то число, то сумма не делится нацело на это число?

464. Докажите, что сумма двух чётных чисел есть чётное число.

465. Докажите, что сумма:

а) трёх последовательных натуральных чисел кратна 3;

б) пяти последовательных натуральных чисел кратна 5.

466. Число a делится нацело на 5. При делении на 5 числа b получается в остатке 1, а при делении на 5 числа c в остатке получается 2. Какой остаток получится при делении на 5 суммы $a + b$ и суммы $b + c$?

467. При делении на 9 числа a в остатке получается 4, при делении числа b на 9 в остатке получается 5, а при делении на 9 числа c в остатке получается 7. Какой остаток получится при делении на 9 суммы $a + b$ и суммы $b + c$?

▼

468. Не выполняя сложения, докажите, что сумма:
а) 720+144 делится нацело на 72;
б) 9393+31 делится нацело на 31.

469. За три дня поезд прошёл 6000 *км*. В первый день он прошёл 30% всего пути, во второй — 60% остатка. Сколько километров поезд прошёл во второй день?

470. Запишите частное сначала в виде неправильной дроби, а затем в виде смешанного числа:
а) 38 : 17; б) 196 : 95; в) 1314 : 13; г) 160 : 7.

38. Делимость произведения.

Чтобы узнать, делится ли произведение $21 \cdot 46$ на 7 нацело, не надо умножать 21 на 46 и делить полученный результат на 7. Достаточно переписать произведение так:

$$21 \cdot 46 = (7 \cdot 3) \cdot 46 = 7 \cdot (3 \cdot 46).$$

А теперь видно, что произведение $21 \cdot 46$ делится нацело на 7.

Вообще, ***если один из множителей делится нацело на какое-то число, то и произведение делится нацело на это число***

Это предложение называют *теоремой о делимости произведения*. Докажем её.

Пусть при делении a на p в частном получается натуральное число n. Тогда a будет равно произведению p и n:

$$a = p \cdot n.$$

Рассмотрим произведение ab. Заменим в нём множитель a произведением pn:

$$a \cdot b = (p \cdot n) \cdot b = p \cdot (n \cdot b).$$

Мы видим, что при делении ab на p в частном получается натуральное число nb, так как n и b — натуральные числа. Значит, произведение ab делится нацело на p.

471. Не выполняя умножения, докажите, что произведение:
а) $38 \cdot 719$ делится нацело на 19;
б) $810 \cdot 9$ кратно 9;
в) $501 \cdot 45$ делится нацело на 15;
г) $28 \cdot (762 - 699)$ кратно 14.

472. Назовите 4 натуральных числа, на которые делится нацело произведение $77 \cdot 38$.

473. Докажите, что произведение $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 51$ кратно числам 6, 8, 12, 17, 102.

474. Число a делится без остатка на 2, а число b делится без остатка на 3. Докажите, что их произведение делится без остатка на 6.

475. Верно ли высказывание:

а) Если произведение делится нацело на некоторое число, то хотя бы один множитель делится нацело на это число?

б) Если произведение не делится на некоторое число, то ни один множитель не делится на это число?

в) Если ни один из множителей не делится на некоторое число, то произведение не делится на это же число?

▼

476. Не выполняя действий, докажите, что выражение:

а) $39 \cdot 27$ делится нацело на 13;

б) $37 \cdot (14+21)$ делится нацело на 7;

в) 18^2 делится на 18;

г) $(18+27) \cdot 3$ кратно 9.

477. Точка N имеет координаты $(8; -6)$. Постройте окружность с центром в точке N и радиусом, равным 10. Найдите координаты точек пересечения окружности с осями. Проходит ли эта окружность через точку A $(8; 6)$, точку B $(-2; -6)$, точку C $(-3; 5)$?

39. Признаки делимости на 2 и на 5.

Чтобы узнать, делится ли число нацело на 2 или на 5, не надо выполнять деление. Достаточно посмотреть только на последнюю цифру этого числа. Возьмём число 5798 и запишем его в виде суммы:

$$5798 = 5000 + 700 + 90 + 8 = 5 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 8.$$

Так как 1000, 100 и 10 делятся на 2, то и произведения $5 \cdot 1000$, $7 \cdot 100$, $9 \cdot 10$ делятся на 2. Последнее слагаемое 8 тоже делится на 2. Значит, и вся сумма делится на 2. Поэтому число 5798 делится нацело на 2.

Если в числе 5798 последнюю цифру заменить любой из цифр 0, 2, 4 или 6, то полученное число также будет делиться на 2, так как числа 0, 2, 4 и 6 делятся нацело на 2.

Вообще, ***если число оканчивается цифрой 0, 2, 4, 6, или 8, то оно делится на 2.***

Это правило называется признаком делимости на 2. Признак делимости на 2 можно сформулировать короче, если назвать цифры 0, 2, 4, 6, 8 ч ё т н ы м и, а цифры 1, 3, 5, 7 и 9 — н е ч ё т н ы м и.

Если число оканчивается чётной цифрой, то оно делится на 2.

Можно доказать, что число, оканчивающееся нечётной цифрой, не делится на 2 нацело. По последней цифре числа также легко угадать, делится ли оно нацело на 5. Возьмём, например, число 3645 и представим его так:

$$3645 = 3000 + 600 + 40 + 5 = 3 \cdot 1000 + 6 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5.$$

Числа 1000, 100 и 10 делятся на 5. Поэтому произведения $3 \cdot 1000$, $6 \cdot 100$ и $4 \cdot 10$ делятся на 5. Последнее слагаемое 5 тоже делится на 5. Значит, сумма $3 \cdot 1000 + 6 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5$ делится на 5.

Если в числе 3645 последнюю цифру заменить цифрой 0, то полученное число будет делиться на 5, так как 0 делится на 5.

Вообще, ***если число оканчивается цифрой 0 или цифрой 5, то оно делится на 5.***

Это правило называется признаком делимости на 5. Можно доказать, что число, оканчивающееся любой другой цифрой, кроме 0 и 5, не делится на 5 нацело.

Проведём рассуждение в о б щ е м в и д е. Возьмём, например, трёхзначное число, в котором a сотен, b десятков и c единиц. Это число записывают так: $\overline{abc}$. (Его нельзя записывать в виде abc, так как abc есть произведение a, b и c.)

Представим число $\overline{abc}$ в виде суммы разрядных единиц:

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c.$$

Произведения $100a$ и $10b$ при любых значениях переменных делятся на 2 и на 5, так как в каждом из них один множитель делится на 2 и на 5. Всё зависит от последнего слагаемого c или, другими словами, от того, какой цифрой оканчивается число. Если c делится на 2, то и число $\overline{abc}$ делится на 2. Если c делится на 5, то и число $\overline{abc}$ делится на 5.

478. Какие из чисел 378, 1005, 654 226, 719 820, 24 567 004 делятся на 2 и какие делятся на 5?

479. Придумайте три числа, которые:

а) делятся на 2;
б) делятся на 5;
в) делятся на 2 и на 5;
г) не делятся ни на 2, ни на 5.

480. Найдите остаток, который получается при делении на 5 каждого из чисел: 8678; 25 649; 951; 32 793. Можно ли решить задачу, не производя деления?

481. Используя лишь цифры 0, 2 и 5, запишите все трёхзначные числа, которые:

а) делятся на 2; б) делятся на 5.

482. Какие числа, кратные 5, являются решениями неравенства:

а) $64 < x < 78$; в) $24 < y \leqslant 49$;

б) $405 \leqslant x < 450$; г) $1 \leqslant y \leqslant 30$?

483. Докажите, что выражение $115a+20b$ при любых натуральных значениях a и b кратно 5.

484. Из последовательности 144; 151; 159; 164; 178; 181; 215; 220; 246; 325; 337; 373; 375 выпишите числа:

а) кратные 2; б) кратные 5.

485. Какие числа, кратные 2, являются решениями неравенства:

а) $3577 \leqslant x \leqslant 3602$; б) $15\,802 < y \leqslant 15\,817$?

486. Один кусок электропровода на 64 *м* длиннее другого. Когда от каждого куска отрезали по 18 *м*, то второй кусок стал в 3 раза короче первого. Сколько метров провода было в каждом куске?

487. Выполните действия:

$9{,}6+141{,}4 : (4-1{,}2) \cdot 3{,}06-2{,}06.$

40. Признак делимости на 3.

Представим число 258 в виде суммы разрядных единиц:

$$258 = 2 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 8.$$

Ближайшее к 100 число, кратное 3, есть 99, а ближайшее к 10 — число 9. Числа 100 и 10 запишем так: $100 = 99 + 1$, $10 = 9 + 1$. Поэтому

$$258 = 2 \cdot (99 + 1) + 5 \cdot (9 + 1) + 8.$$

Раскроем скобки и сгруппируем все слагаемые, кратные трём:

$$258 = 2 \cdot (99 + 1) + 5 \cdot (9 + 1) + 8 = 2 \cdot 99 + 2 + 5 \cdot 9 + \\ + 5 + 8 = (2 \cdot 99 + 5 \cdot 9) + (2 + 5 + 8).$$

Сумма $2 \cdot 99 + 5 \cdot 9$ делится на 3, так как каждое слагаемое делится на 3. Второе слагаемое тоже делится на 3, поэтому и число 258 делится на 3. Второе слагаемое есть сумма цифр числа 258. Эта сумма 15 делится на 3. Значит, число 258 делится на 3.

Вообще, ***если сумма цифр числа делится на 3, то и число делится на 3.***

Это правило называют признаком делимости на 3.

Можно доказать, что число, сумма цифр которого не кратна 3, не делится на 3 нацело.

Пример 1. Число 71 451 делится на 3, так как сумма его цифр делится на 3:

$$7 + 1 + 4 + 5 + 1 = 18; \qquad 18 : 3 = 6.$$

Пример 2. Число 51 634 не делится на 3, так как сумма его цифр не делится на 3 $(5 + 1 + 6 + 3 + 4 = 19)$.

Проведём рассуждения в общем виде. Представим число $\overline{abc}$ в виде суммы разрядных единиц:

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c.$$

Так как 100 равно сумме 99 и 1, а 10 равно сумме 9 и 1, то

$$\overline{abc} = (99 + 1) \cdot a + (9 + 1) \cdot b + c = 99a + a + 9b + b + c = \\ = (99a + 9b) + (a + b + c).$$

Первое слагаемое $99a + 9b$ делится на 3. Всё зависит от второго слагаемого $a + b + c$. Другими словами, делимость числа на 3 зависит не от последней цифры числа, а от суммы его цифр. Если сумма $a + b + c$ делится на 3, то число $\overline{abc}$ делится на 3.

488. Какие из чисел 75 432, 2 772 825, 5 402 070 делятся на 2, на 3, на 5?

489. Придумайте три четырёхзначных числа, которые кратны 3.

490. Какие цифры следует подставить вместо звёздочки в записи 2*5, 46*, *14, чтобы получившиеся числа делились нацело на 3?

491. Найдите три числа, записанные только с помощью цифры 1, которые делятся нацело на 3.

492. Напишите множество чисел, кратных трём, которые служат решениями неравенства:

а) $247 < a < 250$; б) $500 \leqslant y \leqslant 530$.

493. Между какими двумя последовательными числами, кратными 3, заключено каждое из чисел: 428, 800, 961?

494. Найдите остаток при делении на 3 следующих чисел: 28 651, 38 166, 41 569, 270 340.

495. Докажите, что трёхзначное число, записанное одинаковыми цифрами, кратно 3.

▼

496. В записи *723; 5*36; 38*1; 111* вместо звёздочки поставьте такую цифру, чтобы получились числа, кратные 3.

497. Между какими двумя последовательными числами, кратными 3, заключено каждое из чисел: 547; 685; 1000?

498. На двух книжных полках было 126 книг. Когда со второй полки сняли 8 книг, а на первую поставили 10 книг, то на первой полке оказалось книг в 3 раза больше, чем на второй. Сколько книг было на каждой полке первоначально?

499. Найдите значение выражения $5{,}3a+3{,}1\cdot(a-8{,}3)-4{,}2\cdot(2a-6)$, если $a=8{,}376$.

§ 10. РАЗЛОЖЕНИЕ ЧИСЕЛ НА ПРОСТЫЕ МНОЖИТЕЛИ.

41. Простые и составные числа.

Число 18 имеет 6 делителей: 1, 2, 3, 6, 9, 18. Число 60 имеет 12 делителей: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60. Числа 11 и 43 имеют лишь по 2 делителя. Один делитель — само число, а другой — единица. Такие числа, как 11 и 34, называют **простыми числами**, а такие, как 18 и 16,— **составными числами**.

Простым числом называется такое число, которое имеет только два делителя.

Составным числом называется такое число, которое имеет более двух делителей.

Наименьшим простым числом является число 2. Это единственное чётное простое число. Остальные простые числа нечётные.

Среди натуральных чисел есть лишь одно число, которое не относится ни к простым, ни к составным числам, так как оно имеет всего лишь один делитель. Это число 1.

500. Сколько делителей имеет каждое из чисел: 31, 25, 100?

501. Какие из чисел 101, 121, 253, 409, 561, 563, 863, 977 являются простыми, а какие — составными? Используйте таблицу простых чисел (стр. 239).

502. Докажите, что числа 2968, 3600, 888 888, 676 767 являются составными.

503. При каких значениях переменной a произведение $23a$ является простым числом и при каких — составным?

504. Может ли произведение двух простых чисел быть: а) простым числом; б) составным числом?

505. Найдётся ли прямоугольник, стороны которого выражаются натуральными числами, а периметр которого есть простое число?

506. Может ли площадь квадрата, длина стороны которого — натуральное число, быть простым числом?

▼

507. Найдите по два простых делителя каждого из чисел: 62; 54; 182; 3333; 5005.

508. От рельса длиной 9 *м* отрезали $\frac{7}{9}$ его длины. Определите длину оставшейся части рельса.

42. Как разложить число на простые множители.

При решении многих задач нам придётся представлять число в виде произведения простых множителей. Возьмём, например, число 210. Сначала его представим так:

$$210 = 21 \cdot 10.$$

Но числа 21 и 10 составные. Каждое из них можно тоже представить в виде произведения: $21 = 3 \cdot 7$, $10 = 2 \cdot 5$. Получаем:

$$210 = 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5.$$

Теперь в произведении $3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5$ все множители — простые числа. Таким образом, число 210 разложено на простые множители. Эти множители обычно записывают в порядке возрастания:

$$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

Если при разложении числа на простые множители получается несколько одинаковых множителей, то их произведение запи-

сывают в виде степени. Например:

$$200 = 2 \cdot 10 \cdot 10;$$
$$200 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5;$$
$$200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5;$$
$$200 = 2^3 \cdot 5^2.$$

Можно было бы начать разложение числа 200 на простые множители по-другому:

$$200 = 20 \cdot 10;$$
$$200 = 4 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5;$$
$$200 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5;$$
$$200 = 2^3 \cdot 5^2.$$

Видим, что получается тот же результат.

Произведение $2^3 \cdot 5^2$ называют **разложением** числа 200 на простые множители.

Всякое натуральное число, кроме 1, можно разложить на простые множители. При любом способе получается одно и то же разложение, если не учитывать порядка расположения множителей.

При разложении чисел на простые множители используют признаки делимости чисел. Разложим на простые множители число 504. Число 504 делится на 2. Значит, 2 есть один из простых множителей числа 504. Разделим 504 на 2. Применяют запись, в которой делитель расположен справа от черты, а частное расположено под делителем:

504	2
252	

Число 252 также делим на 2, получаем 126. Делим 126 на 2, получаем 63, делим 63 на 3, получаем 21, делим 21 на 3, получаем 7. Число 7 — простое, при делении его на 7 получается 1. Разложение на множители закончено:

504	2
252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

Справа от черты получились все простые множители числа 504, так как $504 = 2 \cdot 252 = 2 \cdot 2 \cdot 126 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 63 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 21 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \times \times 3 \cdot 3 \cdot 7 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$. Итак,

$$504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7.$$

509. Разложите на простые множители числа:
а) 216, 162, 144, 225, 512, 675, 1024;
б) 60, 180, 220, 350, 400, 1200, 8000;
в) 875, 2025, 2376, 3969, 5625, 13 125;
г) 1001, 5929, 9317, 14 641, 28 561.

510. Напишите множество двузначных чисел, разложение которых на простые множители состоит:
а) из двух разных множителей;
б) из двух одинаковых множителей.

511. Какие из множителей 2, 3 и 5 содержатся в разложениях чисел 6315, 1356 и 3630 на простые множители?

512. Можно ли найти четыре различных простых числа, чтобы произведение двух из них равнялось произведению двух других?

513. Разложите на простые множители числа:
а) 1500; 7000; 3240; 4608; 8136;
б) 240; 2464; 11 440; 455 625.

514. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, длина которого 21 *см*, ширина составляет $\frac{4}{7}$ его длины, а высота $\frac{2}{3}$ его ширины.

515. Найдите значение выражения $2{,}3m - 2{,}4 \cdot (2m - 8 \cdot (m + 1{,}2) + 9{,}6)$, если $m = 0{,}1$.

43. Нахождение наибольшего общего делителя с помощью разложения чисел на простые множители.

Если числа разложены на простые множители, то легко найти их наибольший общий делитель. Пусть, например, надо найти D (7920, 594). Разложим на простые множители числа 7920 и 594:

7920	2
	5
792	2
396	2
198	3
66	3
22	2
	11
1	

594	3
198	3
66	2
	3
	11
1	

$$7920 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11;$$
$$594 = 2 \cdot 3^3 \cdot 11.$$

Составим разложение наибольшего общего делителя чисел 7920 и 594. В него должны войти простые множители, которые содержатся как в разложении числа 7920, так и в разложении числа 594. Если они входят в эти разложения с разными показателями, то берём множитель с меньшим показателем. Число 2 входит в оба разложения: в одно — с показателем 1, а в другое — с показателем 2. Поэтому его надо включить с показателем 1. Кроме него, в разложение D (7920, 594) войдут 3^2 и 11:

$$D(7920,\ 594) = 2 \cdot 3^2 \cdot 11 = 198.$$

Таким же образом находят наибольший общий делитель трёх и более чисел. Найдём, например, D (72, 120, 180):

$$72 = 2^3 \cdot 3^2; \quad 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5; \quad 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5;$$
$$D(72,\ 120,\ 180) = 2^2 \cdot 3 = 12.$$

516. Найдите наибольший общий делитель чисел:

а) 12 и 18; в) 675 и 825; д) 324; 144 и 432;
б) 50 и 175; г) 7200 и 1080; е) 320; 640 и 840.

517. Как проще найти наибольший общий делитель чисел $20 \cdot 95$ и $16 \cdot 95$?

518. Докажите, что числа 864 и 875 взаимно простые.

▼

519. Найдите наибольший общий делитель чисел:

а) 585 и 360; в) 60, 80 и 48;
б) 630 и 612; г) 195, 156 и 260.

520. Постройте одну окружность с центром в точке A $(-5; 3)$ и радиусом, равным 5, и вторую окружность с центром в точке $B(0,8)$ и проходящую через точку $C(5; 8)$. Найдите координаты точек пересечения этих окружностей.

44. Нахождение наименьшего общего кратного с помощью разложения чисел на простые множители.

Если числа разложены на простые множители, то легко найти их наименьшее общее кратное. Найдём, например, K (360, 378). Разложим числа 360 и 378 на простые множители:

360	2	378	2
	5	189	3
36	2	63	3
	2	21	3
	3		7
	3	1	
1			

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5; \quad 378 = 2 \cdot 3^3 \cdot 7.$$

Составим разложение наименьшего общего кратного чисел 360 и 378. В него должны войти все простые множители, которые входят хотя бы в одно из чисел 360 и 378. Если какой-то простой множитель входит в оба разложения, то он берётся с наибольшим показателем. Поэтому в разложение наименьшего общего кратного чисел 360 и 378 войдут множители 2^3, 3^3, 5 и 7:

$$K(360,\ 378) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 = 7560.$$

Таким же образом находят наименьшее общее кратное трёх и более чисел. Найдём, например, K (72, 120, 180):

$$72 = 2^3 \cdot 3^2; \quad 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5; \quad 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5;$$
$$K(72,\ 120,\ 180) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360.$$

521. Найдите наименьшее общее кратное чисел:

а) 6 и 8; г) 15 и 18; ж) 7 и 8;
б) 12 и 16; д) 24 и 36; з) 9 и 14;
в) 10 и 15; е) 45 и 75; и) 12 и 25.

522. Найдите:

а) $D(680, 612)$; в) $D(60, 80, 48)$;

б) $K(750, 900)$; г) $K(240, 80, 360)$.

523. Найдите $K(24, 36)$ и $D(24, 36)$. Проверьте равенство $K(24, 36) \cdot D(24, 36) = 24 \cdot 36$.

▼

524. Найдите наименьшее общее кратное чисел:

а) 72 и 99; в) 32, 36, 48 и 72;

б) 425 и 510; г) 212, 318 и 530.

525. Рабочий получил премию 90 руб. На покупку транзисторного приёмника он истратил $\frac{1}{3}$ своей премии, а на остальные деньги купил путёвку в дом отдыха и лыжный костюм, причём костюм стоил на 15 руб. дороже путёвки. Сколько стоит лыжный костюм?

526. Выполните действия:

$(-18 : (-0{,}3)) - 54 \cdot (-0{,}1) \cdot 0{,}1 - 3{,}54.$

Глава III.

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ. ДЕЙСТВИЯ НАД ОБЫКНОВЕННЫМИ И ДЕСЯТИЧНЫМИ ДРОБЯМИ.

§ 11. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С ОДИНАКОВЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ.

45. Изображение дробей.

Обыкновенные дроби изображаются частями отрезка, частями прямоугольника и т. д. Иногда их изображают частями круга. Получающиеся при этом рисунки называют круговыми д и а г р а м м а м и.

Известно, что взрослый человек должен спать $\frac{1}{3}$ суток, а остальную часть бодрствовать. Изобразим сутки каким-нибудь кругом (рис. 65). Теперь на круге выделим ту часть, которая приходится на сон. Для этого разобьём круг радиусами на 3 равные части и закрасим одну из этих частей. Остальные $\frac{2}{3}$ суток приходятся на бодрствование.

Для выделения частей круга можно воспользоваться транспортиром.

Построим круговую диаграмму, изображающую состав бронзы. Известно, что бронза состоит из олова и меди, причём олово составляет по весу $\frac{3}{10}$ бронзы.

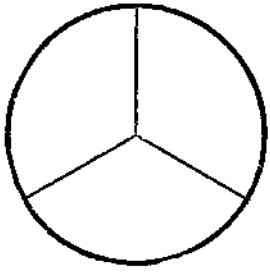


Рис. 65.

Рис. 66.

Чтобы построить диаграмму, надо провести два радиуса, отделяющие $\frac{3}{10}$ круга. Вычислим угол между этими радиусами:

$$360 : 10 \cdot 3 = 108 \text{ (градусов)}.$$

Теперь с помощью транспортира проведём два радиуса, которые образуют угол 108° (рис. 66). Эта часть круга будет изображать вес олова, остальная часть круга — вес меди.

527. Прочитайте дроби: $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{9}{25}$. Назовите числитель и знаменатель каждой из них.

528. Отметьте на прямой числа: $\frac{1}{8}$, $\frac{5}{3}$, $-\frac{2}{3}$, $1\frac{2}{3}$, $-2\frac{1}{8}$.

529. Начертите отрезки:

а) $AB = \frac{2}{5}$ *дм*; б) $CD = \frac{7}{10}$ *дм*.

530. Начертите какой-нибудь квадрат. Заштрихуйте $\frac{3}{4}$ этого квадрата.

531. Постройте, не пользуясь транспортиром, диаграмму содержания масла в льняном семени. Известно, что в льняном семени содержится $\frac{3}{8}$ масла по весу.

532. Постройте с помощью транспортира диаграмму распределения воды и суши на земной поверхности, если вода занимает 0,7 всей поверхности земного шара.

533. Врачи рекомендуют дневную норму пищи распределить на четыре приёма: утренний завтрак 25 %, второй завтрак 15 %, обед 45 % и ужин 15 %. Постройте диаграмму распределения дневной нормы пищи.

534. Найдите модули чисел:

$-\frac{5}{8}$, $-\frac{6}{4}$, $\frac{3}{5}$.

535. Найдите числа, противоположные числам:

$-\frac{4}{3}$, $\frac{7}{16}$, $-\frac{1}{5}$.

536. Запишите в виде дроби каждое из частных:

5 : 3; 3 : 5; 1 : 12; 43 : 9; 6 : 15; —8 : 7; —2 : (—6); 9 : (—5).

537. Запишите в виде смешанного числа дроби:

$\frac{7}{2}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{15}{4}$, $\frac{29}{6}$, $-\frac{123}{100}$.

538. Сколько весит в среднем:
а) груша, если 7 груш весят 1 *кг*;
б) дыня, если 3 дыни весят 5 *кг*?

539. Площадь поля 240 *га*. Пшеницей засеяно $\frac{3}{4}$ поля, люцерной $\frac{7}{40}$ поля, а остальная часть — кукурузой. Сколько гектаров засеяно кукурузой?

540. В школе 800 учеников. В трёх первых классах учится $\frac{3}{20}$ всех учеников школы. Сколько учеников в каждом первом классе, если в них поровну учеников?

541. У мастера спросили, какую длину будет иметь дорога, которую строит его бригада. Он ответил, что бригада построила 18 *км* дороги, но это лишь $\frac{2}{9}$ всей дороги. Какой длины дорога будет построена?

542. Строят телевизионную башню. Сейчас она достигла высоты 120 *м*. Но это лишь $\frac{2}{3}$ проектной высоты. Найдите проектную высоту башни.

543. Вес сухих яблок составляет $\frac{3}{20}$ веса свежих. Сколько надо взять свежих яблок, чтобы получить 4,5 *кг* сухих?

544. На фабрике «Восток» два цеха сшили за неделю 750 костюмов. На долю первого цеха пришлось $\frac{2}{5}$ всего числа сшитых костюмов. Какой цех сшил больше костюмов? На сколько?

545. Когда израсходовали $\frac{5}{18}$ мотка провода, в нём осталось 19,5 *м*. Сколько метров провода было в мотке и сколько провода израсходовали?

▼

546. В классе 36 учеников. За первую четверть имеют по математике «пятёрки» 8 человек, «четвёрки» — 12, а остальные имеют «тройки». Изобразите успеваемость этого класса на круговой диаграмме.

547. Вдоль дороги посадили 64 дерева. Из них $\frac{5}{8}$ составляли липы, а остальные — клёны. Сколько посадили лип и сколько клёнов?

548. В книге 330 страниц. В воскресенье Маша прочитала $\frac{2}{11}$ всей книги, в понедельник $\frac{3}{5}$ оставшейся части. Сколько страниц Маше осталось прочитать?

549. На покупку книги Витя истратил $\frac{4}{11}$ имевшихся у него денег, после чего у него осталось 49 коп. Сколько денег было у Вити и сколько стоит книга?

550. Найдите значение выражения:

а) $3a-2\cdot(5a+3{,}2)$, если $a=2{,}4$;

б) $5{,}2m-0{,}3\cdot(4-3m)$, если $m=0{,}1$.

551. В 8 ч утра со станции A отправился товарный поезд, а вслед за ним в 10 ч утра с той же станции был отправлен пассажирский поезд. На станции B пассажирский поезд догнал товарный поезд. Найдите расстояние между станциями A и B, если скорость товарного поезда 50 $\frac{км}{ч}$, а пассажирского 70 $\frac{км}{ч}$.

552. Выполните действия:

$(-36{,}24:1{,}2+3{,}5\cdot(-0{,}8)):(-1{,}1)$.

46. Сравнение дробей с одинаковыми знаменателями.

Торт разрезали на 5 равных частей и 2 части положили на тарелку. В коробке остались 3 такие же части (рис. 67). Ясно, что $\frac{2}{5}$ торта меньше, чем $\frac{3}{5}$ торта, а $\frac{3}{5}$ торта больше, чем $\frac{2}{5}$ торта. Поэтому считают, что

$$\frac{2}{5}<\frac{3}{5},\ \text{а}\ \frac{3}{5}>\frac{2}{5}.$$

Из двух дробей с одинаковыми знаменателями та меньше, у которой меньше числитель, и та больше, у которой больше числитель.

По этому правилу сравниваются положительные дроби. Отрицательные дроби сравниваются так же, как и отрицательные десятичные дроби.

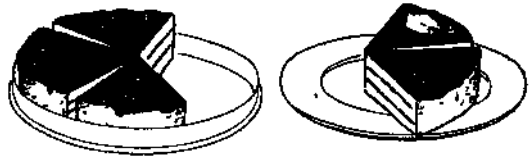


Рис. 67.

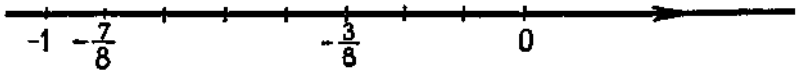


Рис. 68.

Например, $-\frac{5}{9} < \frac{1}{9}$, так как любое отрицательное число меньше положительного; $-\frac{3}{8} > -\frac{7}{8}$, так как модуль числа $-\frac{3}{8}$ меньше модуля числа $-\frac{7}{8}$ (рис. 68).

553. Вчера шофёр перевёз на автомашине $\frac{6}{13}$ груза, доставленного на железнодорожную станцию, а сегодня перевёз остальное. Когда больше перевёз груза шофёр — вчера или сегодня?

554. Утром мы отправились в путь. Когда сделали привал, до конечного пункта осталось $\frac{4}{9}$ всего пути. Какая часть пути меньше: та, которую прошли до привала, или та, которая осталась?

555. Сравните:

а) $\frac{7}{10}$ и $\frac{3}{10}$; в) $\frac{5}{4}$ и $\frac{4}{4}$; д) $-\frac{1}{4}$ и $\frac{7}{4}$;

б) $\frac{8}{6}$ и $\frac{11}{6}$; г) $-\frac{9}{5}$ и $-\frac{2}{5}$; е) $-\frac{7}{4}$ и $\frac{1}{4}$.

556. Расположите сначала в порядке возрастания, а затем в порядке убывания числа: $\frac{7}{9}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{9}{9}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{10}{9}$, $-\frac{3}{9}$, $-\frac{17}{9}$.

557. Напишите множество дробей с знаменателем 12, расположенных между дробями:

а) $\frac{7}{12}$ и $\frac{15}{12}$; б) $\frac{9}{12}$ и $\frac{11}{12}$.

▼

558. Поставьте вместо звёздочки знак $<$ или знак $>$ так, чтобы получились верные неравенства: $\frac{1}{3} * \frac{2}{3}$; $\frac{7}{10} * \frac{2}{10}$; $\frac{7}{6} * \frac{11}{6}$; $\frac{5}{4} * \frac{4}{4}$; $\frac{9}{5} * \frac{2}{5}$.

559. От рельса отрезали часть, длина которой составляет 72% длины рельса. Вес оставшейся части на 70,4 *кг* меньше веса отрезанной части. Найдите вес целого рельса.

47. Сложение и вычитание дробей.

Буханку хлеба разрезали на 8 равных частей (рис. 69). Сначала на тарелку положили 2 части, потом ещё 5 частей (рис. 70). На тарелке оказалось 7 восьмых частей буханки: $\frac{2}{8}+\frac{5}{8}=\frac{7}{8}$.

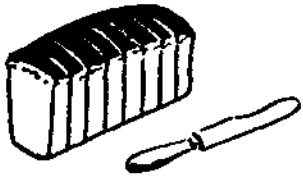


Рис. 69.

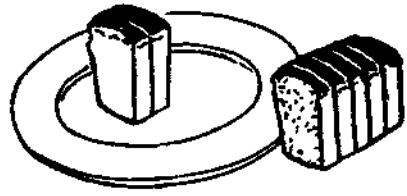


Рис. 70.

При сложении дробей с одинаковыми знаменателями к числителю первой дроби прибавляют числитель второй дроби и оставляют тот же знаменатель.

Иногда при сложении получается неправильная дробь, тогда её представляют в виде смешанного числа. Например, $\frac{8}{11}+\frac{5}{11}=$ $=\frac{13}{11}=1\frac{2}{11}$.

Буханку хлеба разрезали на 10 равных частей (рис. 71). На тарелку положили 7 частей, потом с неё сняли 4 части (рис. 72). На тарелке осталось 3 десятых части буханки:

$$\frac{7}{10}-\frac{4}{10}=\frac{3}{10}.$$

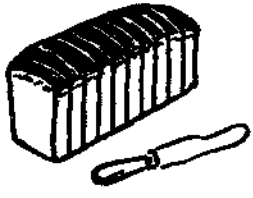


Рис. 71.

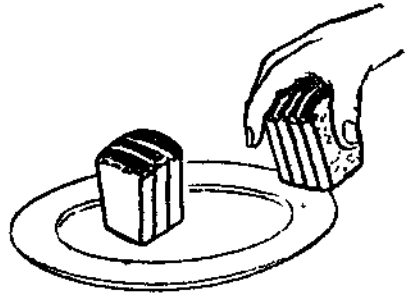


Рис. 72.

При вычитании дробей с одинаковыми знаменателями из числителя первой дроби вычитают числитель второй дроби и оставляют тот же знаменатель.

560. Помидор весит $\frac{17}{100}$ *кг*, а огурец $\frac{33}{100}$ *кг*. Сколько весят они вместе? На сколько огурец тяжелее помидора?

561. Огурцами занято $\frac{2}{15}$ огорода, а помидорами $\frac{4}{15}$ огорода. Какая часть огорода занята огурцами и помидорами?

562. Цистерна заполнена на $\frac{3}{4}$ бензином. $\frac{1}{4}$ цистерны бензина перелили в бочки. Сколько бензина осталось в цистерне?

563. Выполните действия:

а) $\frac{4}{11}+\frac{5}{11}$; д) $\frac{5}{8}+\frac{5}{8}$; и) $\frac{k}{20}+\frac{n}{20}$;

б) $\frac{9}{13}-\frac{6}{13}$; е) $\frac{10}{10}-\frac{7}{10}$; к) $\frac{17}{c}-\frac{13}{c}$;

в) $\frac{1}{7}+\frac{6}{7}$; ж) $\frac{41}{60}-\frac{11}{60}$; л) $\frac{a}{m}+\frac{b}{m}$;

г) $\frac{11}{6}-\frac{5}{6}$; з) $\frac{19}{50}+\frac{9}{50}$; м) $\frac{a}{m}-\frac{b}{m}$.

564. Найдите значение выражения:

а) $-\frac{4}{9}-\frac{2}{9}$; б) $-\frac{8}{15}+\frac{4}{15}$; в) $\frac{1}{12}-\frac{7}{12}$; г) $-\frac{7}{18}+\frac{11}{18}$.

565. Решите уравнение:

а) $\frac{x}{10}+\frac{1}{10}=\frac{8}{10}$; б) $\frac{x}{5}-\frac{1}{5}=\frac{1}{5}$.

566. Найдите значение выражения:

а) $\frac{3}{25}+\frac{17}{25}-\frac{14}{25}$; в) $\frac{19}{40}-\frac{7}{40}+\frac{3}{40}$;

б) $\frac{3}{25}+\left(\frac{17}{25}-\frac{14}{25}\right)$; г) $\frac{19}{40}-\left(\frac{7}{40}+\frac{3}{40}\right)$.

▼

567. Выполните действия:

а) $\frac{5}{12}+\frac{3}{12}$; в) $\frac{9}{16}-\frac{1}{16}$; е) $\left(\frac{5}{7}-\frac{2}{7}\right)+\frac{4}{7}$;

б) $\frac{10}{21}+\frac{2}{21}$; г) $\frac{25}{49}-\frac{11}{49}$; д) $\left(\frac{4}{9}-\frac{4}{9}\right)+\frac{3}{8}$.

568. Решите уравнение:

а) $\frac{x}{15}+\frac{7}{15}=\frac{14}{15}$; в) $x+\frac{3}{17}=\frac{11}{17}$;

б) $\frac{11}{18}-\frac{x}{18}=\frac{1}{18}$; г) $x-\frac{5}{14}=\frac{1}{14}$.

569. В первый день тракторная бригада вспахала $\frac{2}{17}$ всего поля, во второй день — на $\frac{1}{17}$ поля больше, чем в первый день. Какую часть поля вспахала тракторная бригада за 2 дня?

570. Глубина Ладожского озера 225 *м*, что составляет $\frac{9}{28}$ глубины озера Иссык-Куль. На сколько метров глубина озера Иссык-Куль больше глубины Ладожского озера?

48. Сложение и вычитание смешанных чисел.

Задача 1. На прилавке $3\frac{1}{2}$ головки сыра и рядом — 2 такие же головки. Сколько сыра на прилавке?

Рис. 73.

Для решения задачи надо сложить $3\frac{1}{2}$ и 2. Сначала сосчитаем целые головки сыра (рис. 73):

$$3+2=5.$$

Потом к 5 головкам прибавим $\frac{1}{2}$ головки, получится $5\frac{1}{2}$ головок:

$$3\frac{1}{2}+2=5\frac{1}{2}.$$

Задача 2. На одной тарелке $3\frac{2}{5}$ плитки шоколада (рис. 74), а на другой $1\frac{1}{5}$ такой же плитки. Сколько плиток на двух тарелках?

Для решения задачи надо сложить $3\frac{2}{5}$ и $1\frac{1}{5}$. Сначала сосчитаем целые плитки (см. рис. 74):

$$3+1=4.$$

Потом сложим $\frac{2}{5}$ плитки и $\frac{1}{5}$ плитки:

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{2}{5}.$$

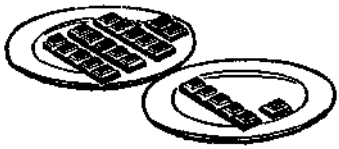


Рис. 74.

Рис. 75.

Рис. 76.

Наконец, к числу 4 прибавим $\frac{3}{5}$ и получим $4\frac{3}{5}$:

$$3\frac{2}{5}+1\frac{1}{5}=4\frac{3}{5}.$$

З а д а ч а 3. На тарелке лежало $2\frac{3}{5}$ (рис. 75) плитки шоколада. Сколько плиток осталось на тарелке, когда с неё сняли $1\frac{2}{5}$ плитки?

Для решения задачи надо из числа $2\frac{3}{5}$ вычесть число $1\frac{2}{5}$. Если от двух целых плиток отнимем одну плитку, то останется одна целая плитка (рис. 76):

$$2-1=1.$$

Теперь из $\frac{3}{5}$ плитки возьмём $\frac{2}{5}$, останется $\frac{1}{5}$:

$$\frac{3}{5}-\frac{2}{5}=\frac{1}{5}.$$

На тарелке останется 1 целая плитка и $\frac{1}{5}$ плитки, то есть $1\frac{1}{5}$ плитки:

$$2\frac{3}{5}-1\frac{2}{5}=1\frac{1}{5}.$$

571. Выполните действия:

а) $5+2\frac{3}{8}$; в) $4\frac{1}{6}+10$; д) $3\frac{3}{7}+9$;

б) $10\frac{3}{4}-7$; г) $12\frac{8}{15}-12$; е) $27\frac{1}{2}-27$.

572. Найдите значение выражения:

а) $4\frac{1}{9}+3\frac{4}{9}$; в) $9\frac{3}{11}+5\frac{6}{11}$;

б) $7\frac{3}{8}-5\frac{1}{8}$; г) $80\frac{6}{7}-72\frac{2}{7}$;

д) $2\frac{11}{50}+14\frac{39}{50}$; ж) $3\frac{4}{5}+1\frac{3}{5}$;

е) $25\frac{3}{16}-\frac{3}{16}$; з) $5\frac{2}{3}+2\frac{2}{3}$.

573. Выполните действия:

а) $4\frac{7}{12}-1\frac{5}{12}+2\frac{11}{12}$; б) $6\frac{14}{15}-3\frac{2}{15}-1\frac{7}{15}$.

574. На базу привезли яблоки на двух машинах. На одной машине было $4\frac{3}{10}$ *т*, а на другой — на $1\frac{1}{10}$ *т* меньше. Сколько тонн яблок привезли на базу?

575. Два гроссмейстера сыграли в шахматы две партии. Первая партия продолжалась $1\frac{1}{4}$ *ч*, а вторая — на $\frac{3}{4}$ *ч* больше. Сколько часов продолжалась игра?

▼

576. Выполните действия:

а) $3\frac{7}{8}+2$; в) $8\frac{2}{9}+3\frac{7}{9}$; д) $5\frac{1}{5}+4\frac{1}{5}-9\frac{2}{5}$;

б) $4\frac{11}{13}-4$; г) $5\frac{4}{11}+2\frac{10}{11}$; е) $6\frac{3}{4}-5\frac{3}{4}+\frac{8}{9}$.

577. Длина прямоугольника $1\frac{7}{20}$ *м*, а ширина — на $\frac{3}{20}$ *м* меньше длины. Найдите периметр прямоугольника.

578. Пароход шёл 4 *ч* по течению и 6 *ч* против течения реки, пройдя всего 220 *км*. Сколько километров пароход прошёл по течению реки и сколько против течения, если скорость течения $2{,}5\ \frac{км}{ч}$?

§ 12. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С РАЗНЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ.

49. Сокращение дробей.

Пользуясь основным свойством дроби, иногда можно заменить одну дробь равной ей дробью с меньшим числителем и меньшим знаменателем. Такую замену называют сокращением дроби. Например, числитель и знаменатель дроби $\frac{4}{6}$ делятся нацело

на 2. Поэтому дробь $\frac{4}{6}$ можно сократить на 2 (рис. 77):

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

Дробь $\frac{2}{3}$ уже нельзя сократить, так как ее числитель и знаменатель — взаимно простые числа.

Рис. 77.

Несократимой дробью называется дробь, числитель и знаменатель которой — взаимно простые числа.

В трудных случаях при сокращении дробей можно числитель и знаменатель разложить на простые множители. Например, сократим дробь

504	2	1188	2	
252	2	594	2	
126	2	297	3	
63	3	99	3	
21	3	33	3	
7	7	11	11	Значит, $\frac{504}{1188} = \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 7}{2^2 \cdot 3^3 \cdot 11}$.
1		1		

Дробь $\frac{504}{1188}$ можно сократить два раза на 2 и два раза на 3. Получится:

$$\frac{504}{1188} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 11} = \frac{14}{33}.$$

579. Докажите, что дроби $\frac{5}{37}$, $\frac{18}{41}$ и $\frac{6}{125}$ являются несократимыми.

580. Докажите, что дроби $\frac{9}{111}$, $\frac{625}{315}$, $\frac{8060}{3990}$ и $\frac{8432}{9848}$ являются сократимыми.

581. Сократите дроби:

а) $\frac{22}{66}$, $\frac{125}{75}$, $\frac{75}{100}$, $\frac{24}{360}$, $\frac{125}{1000}$, $\frac{100}{250}$, $\frac{250}{1000}$;

б) $\frac{42}{320}$, $\frac{75}{300}$, $\frac{40}{64}$, $\frac{3}{243}$, $\frac{18}{300}$, $\frac{45}{900}$, $\frac{820}{41}$.

582. Сократите дроби:

а) $\frac{2\cdot3}{3\cdot5}$, $\frac{2\cdot3}{7\cdot2}$, $\frac{5\cdot4}{4\cdot9}$, $\frac{7\cdot5}{2\cdot7}$;

б) $\frac{4\cdot5}{3\cdot6}$, $\frac{15\cdot3}{11\cdot10}$, $\frac{14\cdot9}{15\cdot7}$, $\frac{2\cdot3}{9\cdot8}$.

583. Сократите дроби, разложив сначала числитель и знаменатель на простые множители:

а) $\frac{960}{640}$, $\frac{1080}{720}$, $\frac{1242}{594}$; б) $\frac{720}{480}$, $\frac{363}{605}$, $\frac{2375}{1375}$.

584. Сократите дробь:

а) $\frac{4m}{6}$; б) $\frac{15m}{12k}$; в) $\frac{70a}{140a}$; г) $\frac{80m}{60m}$.

585. Какую часть часа составляют 45 *мин*, 12 *мин*, 15 *мин*, 40 *мин*, 135 *мин*?

586. Какую часть килограмма составляют 125 *г*, 260 *г*, 750 *г*?

587. Какую часть суток составляют 8 *ч*, 6 *ч*, 3 *ч*, 18 *ч*?

588. Выполните действие:

а) $\frac{4}{15}+\frac{8}{15}$; в) $4\frac{7}{8}-3\frac{5}{8}$;

б) $\frac{13}{20}-\frac{7}{20}$; г) $9\frac{11}{12}-9\frac{5}{12}$.

589. Шесть одинаковых дынь весят 4 *кг*, а шесть одинаковых арбузов весят 10 *кг*. Что тяжелее — арбуз или дыня? На сколько килограммов?

590. Из 20 *м* ткани сшили 8 одинаковых платьев для взрослых, а из 12 *м* сшили 8 детских платьев. Сколько метров ткани пошло на одно детское платье и одно платье для взрослых?

▼

591. Сократите дроби:

а) $\frac{4}{10}$, $\frac{8}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{9}{12}$; б) $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{10}{2}$, $\frac{6}{30}$; в) $\frac{15}{60}$, $\frac{88}{11}$, $\frac{2}{100}$, $\frac{50}{100}$.

592. Сократите дроби: $\frac{3\cdot4}{5\cdot8}$, $\frac{2\cdot6}{6\cdot3}$, $\frac{8\cdot9\cdot10}{9\cdot10\cdot16}$.

593. Сократите дроби, разложив числитель и знаменатель на простые множители:

а) $\frac{336}{540}$, $\frac{630}{162}$, $\frac{480}{672}$; б) $\frac{350}{378}$, $\frac{7200}{4800}$, $\frac{176}{24}$.

594. Запас дров рассчитан на 24 дня. Какую часть запаса израсходуют за 1 день, за 5 дней, за 6 дней, за 8 дней, за 12 дней, за 23 дня?

595. Катер прошёл по течению реки 121,5 *км* за 4,5 *ч* и против течения 132 *км* за 6 *ч*. Найдите скорость течения реки и собственную скорость парохода.

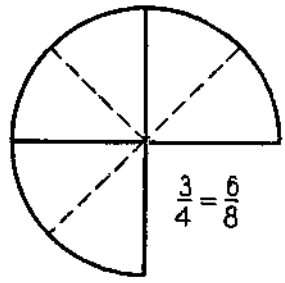


Рис. 78.

50. Приведение дробей к новому знаменателю.

На рисунке 78 изображены $\frac{3}{4}$ круга. Разделим каждую четверть на две равные части, получим 6 таких частей. Каждая часть — это $\frac{1}{8}$ круга. Значит, $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$. Мы заменили дробь $\frac{3}{4}$ и равной ей дробью $\frac{6}{8}$ со знаменателем 8. Говорят, что мы привели дробь $\frac{3}{4}$ к знаменателю 8. Любую дробь можно привести к новому знаменателю, кратному знаменателю дроби. Приведём, например, дробь $\frac{7}{12}$ к знаменателю 48. Число 48 кратно 12, так как $48 : 12 = 4$. Поэтому числитель и знаменатель дроби $\frac{7}{12}$ надо умножить на 4.

Получится:

$$\frac{7}{12}=\frac{7\cdot 4}{12\cdot 4}=\frac{28}{48}.$$

Число 4 называют дополнительным множителем.

Рассмотрим ещё один пример. Приведём дробь $\frac{4}{5}$ к знаменателю 30. Сначала найдём дополнительный множитель знаменателя дроби $\frac{4}{5}$. Он равен 6, так как $30 : 5 = 6$. Умножим числитель и знаменатель дроби на 6 и получим:

$$\frac{4}{5}=\frac{24}{30}.$$

596. Приведите дробь:

а) $\frac{7}{6}$ к знаменателю 18; в) $-\frac{14}{13}$ к знаменателю 78;

б) $\frac{3}{15}$ к знаменателю 60; г) $\frac{92}{17}$ к знаменателю 51.

597. Сравните дроби:

а) $\frac{1}{3}$ и $\frac{8}{21}$; б) $\frac{7}{15}$ и $\frac{2}{5}$; в) $\frac{3}{4}$ и $\frac{11}{16}$; г) $\frac{8}{22}$ и $\frac{5}{11}$.

598. Сколько содержится:

а) восьмых в $\frac{3}{4}$; г) десятых в $\frac{8}{5}$;

б) пятнадцатых в $\frac{7}{5}$; д) сотых в $\frac{1}{4}$;

в) двадцатых в $\frac{2}{5}$; е) сотых в $\frac{2}{25}$?

599. Рисунки занимают $\frac{2}{5}$ книги, а таблицы $\frac{3}{10}$ книги. Что занимает больше места — рисунки или таблицы?

600. Сначала приведите дроби к одному знаменателю, а затем выполните действие:

а) $\frac{5}{6}+\frac{7}{12}$; в) $5\frac{1}{2}+2\frac{3}{8}$; д) $-3\frac{14}{15}+3\frac{3}{5}$;

б) $\frac{17}{18}-\frac{5}{9}$; г) $7\frac{13}{16}-6\frac{3}{4}$; е) $-1\frac{3}{20}-\frac{1}{4}$;

601. 8 коробок скрепок стоят 6 руб. Столько же стоят и 12 коробок кнопок. Сколько придётся заплатить за одну коробку скрепок и одну коробку кнопок?

602. 20 шагов папы составляют 16 *м*, а 10 моих шагов — 7 *м*. На сколько мой шаг короче шага папы?

▼

603. Приведите дробь:

а) $\frac{5}{6}$ к знаменателю 24; в) $-\frac{11}{19}$ к знаменателю 57;

б) $\frac{12}{13}$ к знаменателю 65; г) $\frac{12}{13}$ к знаменателю 78.

604. Сравните дроби:

а) $\frac{1}{7}$ и $\frac{4}{21}$; б) $\frac{3}{5}$ и $\frac{8}{15}$; в) $\frac{3}{5}$ и $\frac{11}{20}$; г) $\frac{4}{7}$ и $\frac{16}{28}$.

605. Из аэропорта вылетел самолёт со скоростью 600 $\frac{км}{ч}$. Через 0,5 ч вслед за ним вылетел другой самолёт со скоростью

750 $\frac{км}{ч}$. Через сколько часов второй самолёт после своего вылета будет впереди первого самолёта на 225 *км*?

606. Из 500 *га* вспахано 225 *га*. Сколько процентов всей площади осталось вспахать?

51. Приведение дробей к общему знаменателю.

З а д а ч а. Ваня решил первую задачу за $\frac{3}{4}$ *ч*, а вторую —за $\frac{5}{6}$ *ч*. На какую задачу у него ушло больше времени — на первую или на вторую?

Чтобы получить ответ, надо сравнить дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$. Для этого надо их записать в виде дробей с одним и тем же знаменателем, или, как говорят, **привести их к общему знаменателю.** Этот знаменатель должен быть к р а т е н и 4 и 6. Наименьшим числом, кратным 4 и 6, является $K(4, 6) = 12$. Приведём обе дроби к знаменателю 12:

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}, \qquad \frac{5}{6} = \frac{10}{12}.$$

Так как $\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$, то на вторую задачу Ваня потратил больше времени, чем на первую. Знаменателем можно взять не только 12, но и любое общее кратное чисел 4 и 6. Если взять, например, 60, то получится:

$$\frac{3}{4} = \frac{45}{60}, \qquad \frac{5}{6} = \frac{50}{60}.$$

Заметим, что $\frac{1}{60}$ *ч* — это минута. Значит, Ваня решал первую задачу 45 *мин*, а вторую — 50 *мин*.

Общее кратное знаменателей двух дробей называют **общим знаменателем** этих дробей, а наименьшее общее кратное этих знаменателей — **наименьшим общим знаменателем.**

В более трудных случаях наименьший общий знаменатель и дополнительные множители находят с помощью разложения на простые множители.

П р и м е р. Приведём дроби $\frac{11}{528}$ и $\frac{323}{2520}$ к наименьшему общему знаменателю:

528	2	2520	2
264	2	1260	2
132	2	630	2
66	2	315	3
33	3	105	3
11	11	35	5
1		7	7
		1	

$528 = 2^4 \cdot 3 \cdot 11$;
$2520 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$.
$K(528; 2520) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 55\,440$.

$$\frac{11}{528} = \frac{11 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{55\,440} = \frac{1155}{55\,440}; \qquad \frac{323}{2520} = \frac{323 \cdot 2 \cdot 11}{55\,440} = \frac{7106}{55\,440}.$$

Дополнительный множитель найти значительно легче, если разделить разложение наименьшего общего знаменателя на знаменатель. Например: $55\,440 : 528 = \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11}{2^4 \cdot 3 \cdot 11} = 3 \cdot 5 \cdot 7$.

607. Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

а) $\frac{1}{4}$ и $\frac{5}{6}$; д) $\frac{7}{6}$ и $\frac{4}{15}$; и) $\frac{8}{15}$ и $\frac{11}{12}$;

б) $\frac{1}{6}$ и $\frac{3}{8}$; е) $\frac{5}{12}$ и $\frac{1}{8}$; к) $\frac{9}{10}$ и $\frac{5}{12}$;

в) $\frac{5}{9}$ и $\frac{5}{6}$; ж) $\frac{7}{12}$ и $\frac{2}{9}$; л) $\frac{13}{12}$ и $\frac{13}{18}$;

г) $\frac{4}{9}$ и $\frac{7}{15}$; з) $\frac{11}{20}$ и $\frac{7}{8}$; м) $\frac{11}{30}$ и $\frac{8}{45}$.

608. Найдите наименьший общий знаменатель дробей:

а) $\frac{1}{120}$ и $\frac{7}{60}$; в) $\frac{32}{45}$ и $\frac{91}{180}$; д) $\frac{2}{3}$ и $\frac{20}{51}$;

б) $\frac{4}{7}$ и $\frac{7}{8}$; г) $\frac{3}{10}$ и $\frac{5}{9}$; е) $\frac{4}{25}$ и $\frac{3}{4}$.

609. Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

а) $\frac{4}{5}$, $\frac{4}{15}$ и $\frac{9}{10}$; в) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ и $\frac{8}{15}$; д) $\frac{317}{495}$ и $\frac{483}{720}$;

б) $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{6}$ и $\frac{7}{12}$; г) $\frac{11}{12}$, $\frac{17}{20}$ и $\frac{14}{15}$; е) $\frac{902}{1575}$ и $\frac{109}{252}$.

610. Что меньше:

а) $\frac{4}{45}$ или $\frac{1}{30}$; б) $\frac{9}{14}$ или $\frac{14}{21}$?

611. Что больше:

а) $\frac{7}{12}$ или $\frac{9}{16}$; б) $\frac{13}{18}$ или $\frac{11}{15}$?

612. Выполните действия:

а) $\left(\frac{5}{6}+\frac{3}{8}\right)-\frac{5}{24}$; б) $\frac{11}{12}+\left(\frac{5}{6}-\frac{3}{4}\right)$.

613. Через узкую трубу бассейн наполняется за 10 ч, а через широкую — за 4 ч. Какая труба даёт меньше воды — широкая за 3 ч или узкая за 7 ч? Какую часть бассейна наполнят за 1 ч обе трубы при одновременной работе?

614. Трёхметровое бревно распилили на 8 равных частей, а четырёхметровое — на 10. Какие части больше? На сколько метров?

▼

615. Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю:

а) $\frac{5}{7}$ и $\frac{1}{2}$; г) $\frac{8}{11}$ и $\frac{5}{8}$; ж) $\frac{7}{60}$, $\frac{13}{540}$ и $\frac{9}{20}$;

б) $\frac{7}{20}$ и $\frac{1}{15}$; д) $\frac{7}{13}$ и $\frac{2}{11}$; з) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$ и $\frac{3}{7}$;

в) $\frac{3}{26}$ и $\frac{5}{39}$; е) $\frac{3}{22}$ и $\frac{2}{33}$; и) $\frac{52}{105}$, $\frac{7}{95}$ и $\frac{61}{63}$.

616. Сравните дроби:

а) $\frac{2}{3}$ и $\frac{7}{15}$; в) $-\frac{4}{5}$ и $-\frac{28}{35}$; д) $\frac{37}{115}$ и $\frac{38}{175}$.

б) $\frac{2}{9}$ и $\frac{5}{18}$; г) $-\frac{7}{33}$ и $-\frac{13}{22}$; е) $\frac{10}{130}$ и $\frac{9}{117}$.

617. Один трактор может вспахать участок поля за 12 ч, а другой тот же участок — за 8 ч. Какой трактор больше вспашет — первый за 7 ч или второй за 5 ч?

618. Автобус проходит расстояние от города до деревни за 8 ч, а легковая машина за 6 ч. Кто из них пройдёт большее расстояние — автобус за 5 ч или легковая машина за 4 ч?

619. Два отреза сукна ценой по 16,8 руб. за метр стоят вместе 79,8 руб. Сколько стоит каждый отрез, если в одном из них на 0,75 *м* больше, чем в другом?

620. Выполните действия:

$3{,}5\cdot 2{,}3-3{,}5\cdot(-6{,}4)+8{,}7\cdot(-2{,}5)$.

52. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями.

При сложении или вычитании дробей с разными знаменателями сначала дроби приводят к наименьшему общему знаменателю.

Пример 1. Сложим дроби $\frac{5}{12}$ и $\frac{7}{18}$. Найдём наименьший общий знаменатель: $K(12, 18)=36$. Приведём дроби к знаменателю 36, получим:

$$\frac{5}{12}+\frac{7}{18}=\frac{15}{36}+\frac{14}{36}=\frac{15+14}{36}=\frac{29}{36}.$$

Можно записывать короче:

$$\frac{5}{12}+\frac{7}{18}=\frac{15+14}{36}=\frac{29}{36}.$$

Пример 2. Из дроби $\frac{3}{20}$ вычтем дробь $\frac{1}{30}$. Найдём наименьший общий знаменатель: $K(20, 30)=60$. Приведём дроби к знаменателю 60, получим:

$$\frac{3}{20}-\frac{1}{30}=\frac{9}{60}-\frac{2}{60}=\frac{9-2}{60}=\frac{7}{60}.$$

Запишем короче:

$$\frac{3}{20}-\frac{1}{30}=\frac{9-2}{60}=\frac{7}{60}.$$

Сложение обыкновенных дробей подчиняется переместительному и сочетательному законам.

621. Выполните действие:

а) $\frac{1}{2}+\frac{5}{8}$; д) $\frac{5}{9}+\frac{5}{6}$; п) $\frac{5}{6}-\frac{3}{4}$;

б) $\frac{2}{5}+\frac{1}{6}$; е) $\frac{1}{2}-\frac{1}{6}$; к) $\frac{7}{10}-\frac{1}{4}$;

в) $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}$; ж) $\frac{4}{5}-\frac{3}{10}$; л) $\frac{5}{8}+\frac{7}{10}$;

г) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$; з) $\frac{1}{6}+\frac{9}{10}$; м) $\frac{1}{6}-\frac{1}{9}$.

622. Найдите значение выражения:

а) $\frac{5}{9}-\frac{5}{12}$; д) $\frac{9}{20}+\frac{3}{8}$; и) $-\frac{5}{6}-\frac{3}{8}$;

б) $\frac{7}{9}-\frac{5}{12}$; е) $\frac{19}{75}-\frac{11}{50}$; к) $-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$;

в) $\frac{7}{20}+\frac{7}{12}$; ж) $\frac{17}{20}-\frac{13}{30}$; л) $\frac{5}{12}-\frac{7}{8}$;

г) $\frac{11}{12}-\frac{10}{11}$; з) $\frac{11}{14}+\frac{8}{21}$; м) $-\frac{1}{6}-\frac{1}{15}$.

623. Выполните действия:

а) $\frac{19}{20}-\left(\frac{7}{12}+\frac{4}{15}\right)$; б) $\frac{1}{30}+\left(\frac{21}{40}-\frac{11}{45}\right)$.

624. Сформулируйте переместительный закон сложения, запишите его с помощью переменных a и b и проверьте при $a=\frac{5}{6}$, $b=\frac{1}{4}$.

625. Сформулируйте сочетательный закон сложения, запишите его с помощью переменных a, b и c и проверьте при $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{3}$, $c=\frac{2}{3}$.

626. Решите уравнение:

а) $x+\frac{4}{15}=\frac{2}{3}+\frac{2}{5}$; в) $\left(\frac{4}{5}-x\right)+\frac{13}{20}=\frac{25}{30}$;

б) $y-\frac{5}{20}=\frac{5}{8}-\frac{3}{10}$; г) $\frac{2}{3}-\left(\frac{7}{9}-a\right)=\frac{1}{3}$.

627. В первый день покрыли асфальтом $\frac{3}{20}$ *км* дороги, а во второй день — на $\frac{1}{5}$ *км* больше, чем в первый. Сколько километров дороги покрыли асфальтом за два дня?

628. В палатку привезли $\frac{11}{20}$ *т* моркови и $\frac{17}{20}$ *т* свёклы. К вечеру продали $\frac{14}{25}$ *т* привезённых овощей. Сколько овощей осталось в палатке?

629. Доклад ученика занял $\frac{2}{5}$ урока, рассказ учителя $\frac{2}{15}$ урока. Остальную часть урока учащиеся писали самостоятельную работу. Сколько минут длилась самостоятельная работа? Продолжительность урока 45 *мин*.

630. Мой папа весит $\frac{4}{5}$ *ц*, а я легче его на $\frac{9}{20}$ *ц*. Найдите мой вес в килограммах. Решите двумя способами.

631. Первая бригада может вырубить участок леса за 18 дней, а вторая — за 12 дней. Успеют ли обе бригады вырубить половину участка за 4 дня?

▼

632. Выполните действие:

а) $\frac{1}{8}+\frac{1}{4}$; д) $\frac{1}{4}+\frac{7}{12}$; и) $\frac{5}{22}+\frac{4}{77}$;

б) $\frac{2}{3}-\frac{5}{9}$; е) $\frac{23}{40}-\frac{3}{8}$; к) $\frac{9}{20}-\frac{11}{30}$;

в) $\frac{1}{2}+\frac{3}{8}$; ж) $\frac{5}{9}+\frac{3}{4}$; л) $\frac{1}{2}+\frac{1}{8}$;

г) $\frac{3}{4}-\frac{5}{12}$; з) $\frac{3}{4}-\frac{1}{6}$; м) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$.

633. Найдите значение выражения:

а) $\left(\frac{5}{8}-\frac{2}{5}\right)+\frac{3}{20}$; в) $\frac{5}{6}-\left(\frac{3}{10}+\frac{2}{5}\right)$;

б) $\frac{1}{8}-\left(\frac{5}{9}-\frac{1}{4}\right)$; г) $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{8}\right)-\frac{5}{8}$.

634. Решите уравнение:

а) $x+\left(\frac{3}{7}+\frac{2}{5}\right)=\frac{34}{35}$; б) $\frac{4}{17}-\left(x-\frac{5}{51}\right)=\frac{1}{6}$.

635. Слесарь может выполнить заказ за 6 *ч*, а его ученик — за 8 *ч*. Какую часть заказа они могут выполнить вместе за 1 *ч*?

636. Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода. Один из них проходит всё расстояние за 5 *ч*, а другой — за 6 *ч*. Какая часть всего пути будет между ними через 1 *ч*?

637. Ученик решал уравнение в течение $\frac{1}{12}$ *ч*. На решение задачи он затратил на $\frac{1}{3}$ *ч* больше, чем на решение уравнения. Сколько времени затратил ученик на решение уравнения и задачи?

638. Периметр треугольника ABC равен $\frac{17}{20}$ *м*. Сторона AB равна $\frac{17}{50}$ *м*, сторона BC на $\frac{9}{50}$ *м* короче стороны AB. Найдите длину стороны AC.

639. Найдите значение выражения $3\cdot(0{,}2a-2b)-0{,}3(a-4b)$, если $a=-2$; $b=-1{,}5$.

53. Сложение и вычитание смешанных чисел.

При сложении смешанных чисел применяются переместительный и сочетательный законы сложения. Пусть требуется сложить $21\frac{5}{6}$ и $14\frac{7}{8}$. Представим эти числа в виде суммы целой и дробной частей: $21\frac{5}{6}=21+\frac{5}{6}$, $14\frac{7}{8}=14+\frac{7}{8}$. Получаем:

$$21\frac{5}{6}+14\frac{7}{8}=21+\frac{5}{6}+14+\frac{7}{8}.$$

Сложим отдельно целые части 21 и 14 и дробные части $\frac{5}{6}$ и $\frac{7}{8}$:

$$21\frac{5}{6}+14\frac{7}{8}=21+\frac{5}{6}+14+\frac{7}{8}=35+\frac{20+21}{24}=35+\frac{41}{24}=35+1\frac{17}{24}=$$
$$=36\frac{17}{24}.$$

Пишут короче:

$$21\frac{5}{6}+14\frac{7}{8}=35\frac{20+21}{24}=35\frac{41}{24}=36\frac{17}{24}.$$

На рисунке 79 поясняется сложение смешанных чисел $3\frac{1}{2}$ и $2\frac{3}{4}$.

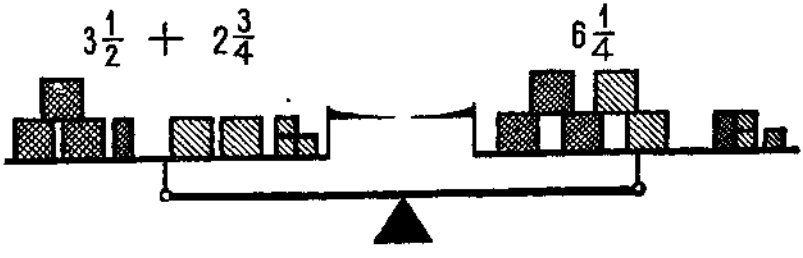


Рис. 79.

Таким же образом производится вычитание смешанных чисел. Вычтем, например, из числа $8\frac{7}{9}$ число $4\frac{1}{6}$. Заменим суммой каждое смешанное число, раскроем скобки:

$$8\frac{7}{9}-4\frac{1}{6}=\left(8+\frac{7}{9}\right)-\left(4+\frac{1}{6}\right)=8+\frac{7}{9}-4-\frac{1}{6}=(8-4)+$$
$$+\left(\frac{7}{9}-\frac{1}{6}\right)=4+\frac{14-3}{18}=4+\frac{11}{18}=4\frac{11}{18}.$$

Пишут короче:

$$8\frac{7}{9}-4\frac{1}{6}=4\frac{14-3}{18}=4\frac{11}{18}.$$

640. Выполните действие:

а) $7\frac{1}{3}+5\frac{3}{5}$; г) $20\frac{5}{6}-2\frac{3}{4}$; ж) $-8\frac{7}{10}-\frac{14}{15}$;

б) $6\frac{2}{3}-1\frac{2}{5}$; д) $11\frac{5}{8}+8\frac{5}{6}$; з) $-5\frac{9}{10}+\frac{3}{4}$.

в) $3\frac{3}{4}+4\frac{7}{9}$; е) $39\frac{5}{9}-4\frac{1}{6}$;

641. Найдите значение выражения:

а) $3\frac{23}{24}-2\frac{8}{15}$; в) $11\frac{83}{150}-9\frac{7}{90}$;

б) $8\frac{1}{60}+5\frac{13}{40}$; г) $405\frac{1}{25}+5\frac{1}{24}$.

642. Выполните действия:

а) $6\frac{3}{4}+1\frac{5}{6}-2\frac{3}{8}$; б) $5\frac{14}{15}-2\frac{1}{10}-1\frac{3}{5}$.

643. Решите уравнение:

а) $x-6\frac{8}{9}=1\frac{1}{6}$; в) $8\frac{1}{6}+a=8\frac{7}{9}$;

б) $14\frac{7}{8}-y=10\frac{5}{6}$; г) $b-6\frac{5}{12}=70\frac{1}{18}$.

644. У взрослого человека за сутки выделяется $\frac{9}{10}$ *л* желчи, $1\frac{1}{2}$ *л* кишечного сока, $\frac{3}{5}$ *л* желудочного сока и $\frac{4}{5}$ *л* слюны. Сколько литров пищеварительных соков выделяет человек за сутки?

645. На одной машине $4\frac{7}{10}$ *т* груза, а на другой — на $1\frac{2}{5}$ *т* меньше. Сколько груза на двух машинах?

646. В одном ящике $5\frac{3}{10}$ *кг* винограда, а в другом — на $2\frac{4}{5}$ *кг* больше. Сколько винограда в двух ящиках?

647. На окраску окон израсходовали $2\frac{7}{10}$ *кг* краски. На окраску дверей пошло на $4\frac{3}{5}$ *кг* меньше, чем на окраску пола. Сколько всего израсходовали краски, если на пол пошло $10\frac{23}{25}$ *кг*?

648. Выполните действие:

а) $91\frac{1}{6}+3\frac{2}{18}$; г) $7\frac{2}{3}-1\frac{2}{5}$; ж) $101\frac{1}{2}-19\frac{5}{14}$;

б) $1\frac{4}{15}+2\frac{3}{20}$; д) $39\frac{5}{6}+12\frac{5}{9}$; з) $5+8\frac{3}{4}$;

в) $5\frac{1}{8}+41\frac{7}{12}$; е) $36\frac{5}{7}+12\frac{7}{8}$; и) $8\frac{7}{15}-3$.

649. Найдите значение выражения:

а) $7\frac{1}{8}+2\frac{3}{5}+2\frac{7}{8}$;

б) $3\frac{5}{16}+\frac{1}{4}-2\frac{1}{16}$;

в) $6\frac{11}{12}-3\frac{1}{6}-1\frac{1}{4}$;

г) $3\frac{7}{9}-1\frac{5}{18}+3\frac{1}{2}$.

650. Предмет, сброшенный с вертолёта, в первую секунду пролетает $4\frac{9}{10}$ *м*, а в каждую следующую секунду на $\frac{94}{5}$ *м* больше, чем в предыдущую. Какое расстояние пролетит предмет за 3 *сек*?

651. Сколько времени пошло на изготовление детали, если её обработка на токарном станке заняла $2\frac{1}{4}$ *ч*, на фрезерном станке $3\frac{1}{6}$ *ч* и на строгальном станке $1\frac{1}{15}$ *ч*?

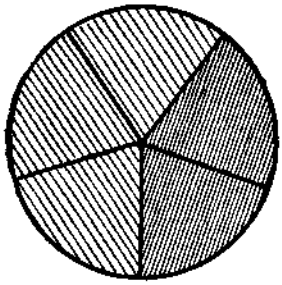


Рис. 80.

652. Решите уравнение:

а) $x - 129\frac{7}{60} = 131\frac{11}{20}$;

б) $5\frac{8}{9} - y = 1\frac{3}{5} + 2\frac{1}{15}$;

в) $y + 3\frac{4}{13} = 5\frac{9}{26}$;

г) $7\frac{8}{11} + x = 13\frac{19}{22}$.

54. Замена единицы дробью при вычитании.

Иногда дробная часть вычитаемого больше дробной части уменьшаемого. Тогда приходится одну из единиц уменьшаемого заменять равной ей дробью.

Пример 1. Вычтем из 1 дробь $\frac{2}{5}$. Единицу можно записать в виде $\frac{5}{5}$. Поэтому разность 1 и $\frac{2}{5}$ равна $\frac{3}{5}$ (рис. 80):

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}.$$

Дробь $\frac{3}{5}$ дополняет $\frac{2}{5}$ до единицы, так как сумма $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{5}$ равна 1:

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1.$$

Пример 2. Вычтем из 3 число $1\frac{3}{7}$:

$$3 - 1\frac{3}{7} = 2\frac{7}{7} - 1\frac{3}{7} = 1\frac{4}{7}.$$

Пример 3. Вычтем из числа $4\frac{3}{8}$ число $2\frac{3}{4}$:

$$4\frac{3}{8} - 2\frac{3}{4} = 2\frac{3-6}{8} = 1\frac{8+3-6}{8} = 1\frac{11-6}{8} = 1\frac{5}{8}.$$

653. Выполните вычитание и сделайте проверку сложением:

а) $1 - \frac{3}{4}$; г) $1 - \frac{8}{9}$; ж) $5 - \frac{5}{6}$; к) $3 - 1\frac{2}{3}$;

б) $1 - \frac{2}{7}$; д) $4 - \frac{1}{5}$; з) $9 - \frac{11}{12}$; л) $5 - 2\frac{2}{5}$;

в) $1 - \frac{1}{6}$; е) $2 - \frac{3}{5}$; и) $7 - 1\frac{7}{8}$; м) $6 - 5\frac{5}{8}$.

654. Найдите разность:

а) $8\frac{5}{11}-3\frac{6}{11}$; г) $2\frac{3}{10}-1\frac{11}{15}$; ж) $1\frac{5}{12}-\frac{9}{10}$;

б) $10\frac{1}{2}-4\frac{9}{14}$; д) $5\frac{3}{8}-3\frac{5}{6}$; з) $6\frac{3}{10}-\frac{11}{15}$.

в) $7\frac{4}{7}-5\frac{7}{9}$; е) $3\frac{1}{6}-1\frac{3}{4}$;

655. Выполните действия:

а) $6\frac{3}{16}-\left(2\frac{3}{8}+3\frac{5}{12}\right)$; б) $8\frac{1}{12}-3\frac{4}{15}-1\frac{7}{30}$.

656. Решите уравнение:

а) $x+2\frac{2}{11}=5$; в) $a-6\frac{5}{6}=\frac{2}{9}$;

б) $26\frac{5}{8}+a=30$; г) $11\frac{1}{4}-x=3\frac{7}{10}$.

657. Найдите по формуле $A=6\frac{1}{2}-a$:

а) значение A, если $a=2\frac{7}{8}$; 8;

б) значение a, если $A=1\frac{5}{6}$; $7\frac{1}{5}$.

658. Площадь Каспийского моря равна 395 тыс. $км^2$. На сколько площадь Каспийского моря больше суммы площадей Аральского моря ($65\frac{1}{2}$ тыс. $км^2$), озера Байкал ($30\frac{1}{2}$ тыс. $км^2$), Ладожского озера ($17\frac{3}{5}$ тыс. $км^2$) и озера Балхаш ($17\frac{2}{5}$ тыс. $км^2$)?

659. Решите двумя способами задачу:

а) Площадь поля 52,5 *га*. Рожь занимает $\frac{2}{5}$ поля, овёс $\frac{1}{3}$, а остальную часть занимает ячмень. Сколько гектаров занимает ячмень?

б) Брат купил Юре подарки на 72,8 руб. Половину этой суммы он заплатил за пальто и $\frac{1}{4}$ суммы — за костюм. На остальные деньги были куплены 4 одинаковые рубашки. Сколько стоит одна рубашка?

660. Бо́льшая комната составляет $\frac{5}{12}$ квартиры, а меньшая $\frac{1}{4}$ квартиры. Остальная часть квартиры имеет площадь 20 $м^2$. Найдите площадь большей и меньшей комнат.

▼

661. Найдите разность:

а) $1-\frac{5}{7}$; г) $4-3\frac{4}{9}$; ж) $6\frac{7}{15}-3\frac{1}{5}$;

б) $3-\frac{2}{11}$; д) $17-12\frac{7}{19}$; з) $10\frac{9}{23}-7\frac{19}{46}$;

в) $4-\frac{5}{13}$; е) $45-44\frac{3}{8}$; и) $16\frac{5}{26}-11\frac{9}{13}$.

662. Найдите значение выражения:

а) $10\frac{5}{6}-5\frac{1}{3}-2\frac{1}{6}$; в) $8\frac{1}{12}-3\frac{4}{15}-1\frac{7}{30}$;

б) $4\frac{5}{12}+13\frac{4}{5}-5\frac{5}{6}$; г) $20-19\frac{3}{4}+17-16\frac{5}{8}$.

663. Решите уравнение:

а) $19\frac{3}{7}-\left(y+1\frac{3}{7}\right)=4\frac{7}{40}$; б) $z-18\frac{5}{12}-21\frac{4}{9}=38\frac{31}{72}$.

664. Ученик купил 25 *м* лески и изготовил три удочки. На первую удочку он израсходовал $5\frac{1}{2}$ *м* лески, на вторую — на $\frac{4}{5}$ *м* меньше, чем на первую, а на третью удочку — на $5\frac{1}{4}$ *м* меньше, чем на первую и вторую вместе. Сколько метров лески осталось у ученика?

665. В сарае было $8\frac{3}{4}$ *т* зерна. Сколько зерна стало в сарае после того, как в него привезли $2\frac{1}{8}$ *т*, а затем вывезли $3\frac{7}{9}$ *т*?

666. Турист прошёл 72 *км* за четыре дня. В первый день он прошёл $\frac{5}{12}$ всего пути, во второй день $\frac{1}{6}$ всего пути, а в третий и четвёртый дни он проходил поровну. Сколько километров прошёл турист за четвёртый день?

§ 13. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ.

55. Умножение дроби на дробь.

З а д а ч а 1. Длина прямоугольника 1,2 *дм*, а ширина 0,3 *дм*. Найдите площадь прямоугольника.

Чтобы найти площадь прямоугольника, надо его длину умножить на ширину:

$$1{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}36 \ (дм^2).$$

Задача 2. Длина прямоугольника $\frac{1}{2}$ *дм*, а ширина $\frac{1}{3}$ *дм*. Найдите его площадь.

На рисунке 81 видно, что одна сторона квадратного дециметра разделена на 2 равные части, а другая — на 3 равные части. Поэтому в квадратном дециметре содержится 6 таких прямоугольников, то есть прямоугольник составляет $\frac{1}{6}$ часть квадратного дециметра. Значит, его площадь равна $\frac{1}{6}$ *дм*^{2}.

Вторая задача по содержанию совпадает с первой. Только в первой задаче стороны прямоугольника выражались десятичными дробями, а во второй — обыкновенными. Первая задача решалась умножением чисел 1,2 и 0,3. Поэтому считают, что и ответ во второй задаче (число $\frac{1}{6}$) является произведением чисел $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

Задача 3. Длина прямоугольника $\frac{2}{3}$ *дм*, а ширина $\frac{4}{5}$ *дм*. Найдите площадь прямоугольника.

Из рисунка 82 видно, что прямоугольник получается так: квадратный дециметр делят на 15 ($3 \cdot 5 = 15$) равных прямоугольников и берут 8 ($2 \cdot 4 = 8$) таких прямоугольников. Поэто-

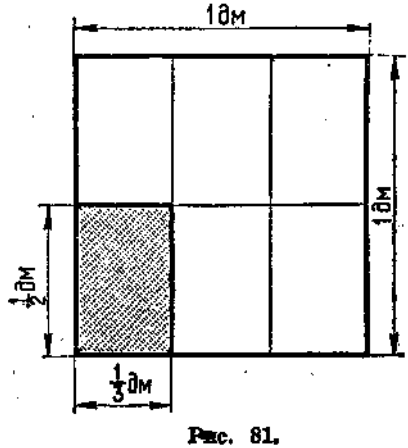


Рис. 81.

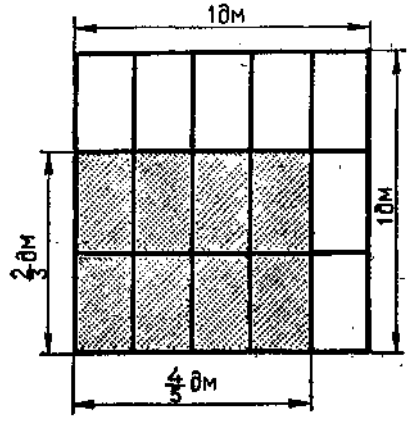


Рис. 82.

му площадь прямоугольника равна $\frac{8}{15}$ *дм*^{2}. Считают, что и в этом случае ответ получается умножением чисел $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{5}$:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}.$$

Значит, чтобы найти числитель произведения двух дробей, надо перемножить числители, а чтобы найти знаменатель, надо перемножить их знаменатели.

Произведение двух дробей равно дроби, числитель которой равен произведению числителей, а знаменатель равен произведению знаменателей.

Это же правило можно использовать и при умножении натурального числа на дробь. Для этого достаточно представить натуральное число в виде обыкновенной дроби и применить правило умножения дробей. Например:

$$9 \cdot \frac{6}{11} = \frac{9}{1} \cdot \frac{6}{11} = \frac{54}{11} = 4\frac{10}{11};$$

$$\frac{5}{8} \cdot 7 = \frac{5}{8} \cdot \frac{7}{1} = \frac{35}{8} = 4\frac{3}{8}.$$

Если произведение двух дробей—дробь сократимая, то после умножения надо выполнить сокращение. Иногда лучше только записать произведение числителей и знаменателей, сделать сокращение, а только потом выполнить умножение. Например:

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{14}{5} = \frac{4 \cdot 14}{7 \cdot 5} = \frac{4 \cdot 2}{5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5};$$

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{15} = \frac{3 \cdot 4}{8 \cdot 15} = \frac{1}{2 \cdot 5} = \frac{1}{10}.$$

Умножение дробей подчиняется переместительному, сочетательному и распределительному законам.

С помощью умножения обыкновенных дробей решают такие же задачи, как с помощью умножения натуральных чисел и десятичных дробей.

Задача 4. Один килограмм муки стоит $\frac{11}{25}$ руб. Сколько стоит $\frac{3}{4}$ *кг* муки?

Такие задачи с натуральными числами или десятичными дробями мы решали с помощью умножения числа рублей на чис-

ло килограммов. Решим и эту задачу умножением:

$$\frac{11}{25} \cdot \frac{3}{4} = \frac{33}{100} \text{ (руб.)}$$

Итак, $\frac{3}{4}$ *кг* муки стоят $\frac{33}{100}$ руб., то есть 33 коп. Проверим полученный ответ. Выразим цену в копейках:

$$\frac{11}{25} \text{ руб.} = 44 \text{ коп.}$$

Значит, $\frac{1}{4}$ *кг* муки стоит 11 коп. $(44 : 4 = 11)$, а $\frac{3}{4}$ *кг* муки стоят 33 коп. $(3 \cdot 11 = 33)$.

667. Сторона квадрата $\frac{7}{8}$ *м*. Чему равна площадь квадрата?

668. 1 *кг* конфет стоит $\frac{4}{5}$ руб. Сколько стоят $\frac{3}{4}$ *кг*, $\frac{5}{4}$ *кг*?

669. Выполните действие:

а) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7}$; в) $\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{11}$; д) $-\frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$; ж) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$;

б) $\frac{1}{8} \cdot \frac{3}{4}$; г) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$; е) $\frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$; з) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$.

670. Найдите произведение:

а) $\frac{4}{7} \cdot \frac{5}{6}$; г) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{2}$; ж) $\frac{15}{16} \cdot \frac{5}{9}$; к) $-\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}$;

б) $\frac{11}{12} \cdot \frac{8}{9}$; д) $\frac{11}{5} \cdot \frac{3}{5}$; з) $\frac{12}{5} \cdot \frac{9}{16}$; л) $-\frac{1}{8} \cdot \left(-\frac{8}{11}\right)$;

в) $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{9}$; е) $\frac{5}{12} \cdot \frac{16}{9}$; и) $\frac{8}{17} \cdot \frac{51}{25}$; м) $\frac{3}{10} \cdot \left(-\frac{5}{33}\right)$.

671. Найдите значение выражения:

а) $\frac{3}{8} \cdot \frac{6}{15}$; е) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}$; л) $\frac{32}{7} \cdot \frac{77}{8}$;

б) $\frac{5}{9} \cdot \frac{6}{5}$; ж) $\frac{6}{5} \cdot \frac{5}{2}$; м) $\frac{26}{17} \cdot \frac{68}{13}$;

в) $\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{8}$; з) $\frac{8}{11} \cdot \frac{33}{4}$; н) $-\frac{5}{9} \cdot \frac{108}{5}$;

г) $\frac{5}{21} \cdot \frac{7}{15}$; и) $\frac{21}{13} \cdot \frac{26}{7}$; о) $\frac{31}{23} \cdot \left(-\frac{69}{31}\right)$;

д) $\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{4}$; к) $\frac{14}{3} \cdot \frac{3}{7}$; п) $-\frac{41}{42} \cdot \left(-\frac{21}{41}\right)$.

672. Представьте в виде дроби выражение:

а) $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$; б) $\frac{2}{x} \cdot \frac{m}{n}$; в) $\left(\frac{p}{q}\right)^3$; г) $\left(-\frac{p}{q}\right)^2$.

673. Выполните умножение:

а) $\frac{3}{8} \cdot 2$; д) $\frac{1}{2} \cdot 30$; и) $40 \cdot \frac{7}{15}$;

б) $6 \cdot \frac{5}{18}$; е) $140 \cdot \frac{1}{7}$; к) $24 \cdot \frac{15}{16}$;

в) $\frac{5}{16} \cdot 12$; ж) $300 \cdot \frac{1}{16}$; л) $\frac{2}{3} \cdot 1$;

г) $25 \cdot \frac{1}{10}$; з) $\frac{7}{11} \cdot 11$; м) $\frac{19}{20} \cdot 0$.

674. Сформулируйте переместительный закон умножения, запишите его с помощью переменных и проверьте для дробей $\frac{9}{16}$ и $\frac{3}{4}$.

675. Выполните действия:

а) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6}$; б) $\frac{7}{10} \cdot \frac{5}{49} \cdot \frac{2}{3}$; в) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$; г) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$;

676. Сформулируйте сочетательный закон умножения, запишите его с помощью переменных и проверьте для дробей $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{3}$.

677. Выполните действия:

а) $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{9}{14}$; б) $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{8} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8}$.

678. Сформулируйте распределительный закон умножения, запишите его с помощью переменных и проверьте для дробей $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$ и $\frac{6}{7}$.

679. Найдите значение выражения:

а) $\left(1 - \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{5}{7}$; в) $\frac{3}{10} \cdot \frac{7}{15} + \frac{7}{15} \cdot \frac{7}{10}$;

б) $\left(1 - \frac{1}{6}\right) \cdot 6$; г) $\frac{16}{11} \cdot \frac{4}{9} - \frac{5}{11} \cdot \frac{4}{9}$.

680. Назовите подобные слагаемые и упростите выражение:

а) $\frac{2}{5}x + 2\frac{1}{2} - \frac{3}{5}x$; б) $\frac{1}{3}y + \frac{1}{5}y + 7\frac{1}{3} + \frac{7}{15}y$.

681. Сколько километров пройдёт человек со скоростью $5\frac{км}{ч}$ за $\frac{3}{4}$ *ч*, за $\frac{1}{2}$ *ч*, за $\frac{1}{10}$ *ч*?

682. Длина прямоугольника $\frac{7}{20}$ *м*, ширина на $\frac{1}{5}$ *м* меньше длины. Найдите периметр и площадь прямоугольника.

683. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны $\frac{2}{5}$ *дм*, $\frac{3}{5}$ *дм* и $\frac{25}{4}$ *дм*. Найдите его объём.

684. Дневник стоит $\frac{7}{50}$ руб., а обложка к нему $\frac{3}{20}$ руб. Сколько стоят 30 дневников с обложками?

685. На стройку доставили кирпич. Одна бригада уложила $\frac{3}{8}$ всего привезённого кирпича, а другая $\frac{2}{5}$. Сколько штук кирпича доставили на стройку, если первая бригада уложила на 840 кирпичей меньше, чем вторая?

686. Один килограмм муки стоит $\frac{11}{25}$ руб., 1 *кг* сахарного песка $\frac{9}{10}$ руб., 1 *кг* сливочного масла $\frac{18}{25}$ руб., 1 *кг* варенья $\frac{3}{2}$ руб. На песочный торт нужно $\frac{3}{4}$ *кг* муки, $\frac{2}{5}$ *кг* сахарного песка, $\frac{2}{5}$ *кг* сливочного масла и $\frac{6}{25}$ *кг* варенья. Сколько стоят продукты для торта?

▼

687. Выполните действие:

а) $\frac{9}{10} \cdot \frac{5}{6}$; г) $\frac{40}{7} \cdot \frac{14}{5}$; ж) $\frac{51}{37} \cdot \frac{74}{85}$; к) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$;

б) $\frac{6}{25} \cdot \frac{20}{9}$; д) $\frac{21}{5} \cdot \left(-\frac{15}{7}\right)$; з) $\frac{81}{115} \cdot \frac{46}{81}$; л) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$;

в) $\frac{17}{13} \cdot \frac{26}{51}$; е) $-\frac{10}{13} \cdot \left(-\frac{65}{12}\right)$; и) $\frac{101}{102} \cdot \frac{51}{202}$; м) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$.

688. Найдите значение выражения:

а) $\frac{2}{5}m$, если $m = \frac{1}{2}; \frac{2}{5}; \frac{5}{2}; \frac{15}{8}; \frac{15}{16}$;

б) $\frac{4}{9}x$, если $x = \frac{1}{4}; \frac{9}{2}; \frac{4}{9}$.

689. Найдите значение выражения:

а) $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{8}\right)\cdot\frac{8}{21}$; б) $\left(\frac{3}{15}-\frac{7}{20}\right)\cdot\left(-\frac{5}{9}\right)$.

690. Найдите значение выражения:

а) $\frac{3}{7}x+\frac{5}{14}x+\frac{3}{14}$, если $x=\frac{7}{11}$;

б) $\frac{1}{9}a+\frac{4}{5}b+\frac{2}{3}a-\frac{3}{10}b$, если $a=\frac{3}{7}$; $b=\frac{2}{3}$.

691. Скорость улитки $\frac{1}{12}\frac{м}{мин}$. Какое расстояние проползёт улитка за $\frac{3}{4}$ ч; за $\frac{3}{5}$ ч; за $\frac{5}{6}$ ч?

692. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, длина которого $\frac{4}{9}$ *м*, ширина $\frac{3}{4}$ *м*, а высота на $\frac{1}{3}$ *м* меньше длины.

693. Двум машинисткам было поручено перепечатать рукопись. Первая машинистка перепечатала $\frac{3}{7}$ всей рукописи, а вторая $\frac{5}{14}$ всей рукописи. Сколько страниц было в рукописи, если первая машинистка перепечатала на 7 страниц больше, чем вторая?

694. Утром из города вышел автобус со скоростью 43,2 $\frac{км}{ч}$. Через 0,7 ч вслед за ним вышла грузовая машина. В пункт назначения, отстоящий от города на расстоянии 151,2 *км*, грузовая автомашина и автобус прибыли одновременно. Найдите скорость грузовой автомашины.

695. Одно число на 0,8 больше другого. Их среднее арифметическое равно 2,7. Найдите это число.

696. Найдите значение выражения $2{,}3\cdot(a-2b)-4{,}1\cdot(a+b)$, если $a=b=0{,}2$.

56. Запись смешанного числа в виде неправильной дроби. Умножение смешанных чисел.

Для умножения смешанных чисел необходимо их представить в виде дробей. Рассмотрим, например, смешанное число $2\frac{3}{5}$ (рис. 83). В каждой единице содержится 5 пятых. Поэтому в целой части смешанного числа $2\frac{3}{5}$ содержится 10 пятых. В дроб-

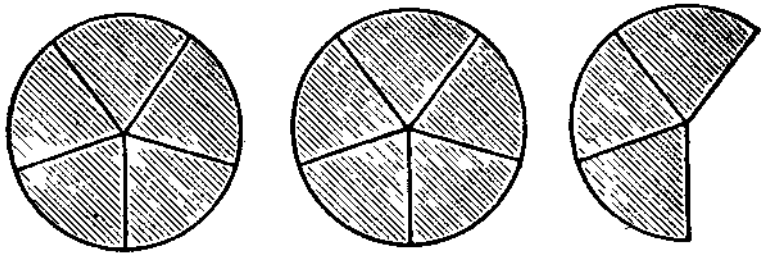


Рис. 83.

ной части 3 пятых. Всего в числе $2\frac{3}{5}$ содержится 13 пятых:

$$2\frac{3}{5}=\frac{13}{5}.$$

Тот же результат можно получить иначе. Представим смешанное число $2\frac{3}{5}$ в виде суммы 2 и $\frac{3}{5}$ и выполним сложение:

$$2\frac{3}{5}=2+\frac{3}{5}=\frac{2}{1}+\frac{3}{5}=\frac{10+3}{5}=\frac{13}{5}.$$

Нам пришлось 2 умножить на 5 и к произведению прибавить 3.

Чтобы представить смешанное число в виде дроби, надо целую часть умножить на знаменатель дробной части и к произведению прибавить числитель. Полученная сумма будет числителем дроби, а знаменателем будет знаменатель дробной части.

Теперь легко выполнить умножение смешанных чисел. Найдём произведение $1\frac{1}{2}$ и $2\frac{1}{3}$:

$$1\frac{1}{2}\cdot 2\frac{1}{3}=\frac{3}{2}\cdot\frac{7}{3}=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}.$$

697. Представьте в виде дроби числа:

$$4\frac{1}{5};\ 1\frac{6}{8};\ 2\frac{3}{5};\ 6\frac{1}{2};\ 7\frac{2}{3};\ 10\frac{6}{11};\ 3{,}75;\ 5{,}25.$$

698. Выполните умножение:

а) $1\frac{2}{7}\cdot 1\frac{1}{4}$;

б) $4\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{5}$;

в) $\frac{1}{7}\cdot 5\frac{5}{6}$;

г) $\frac{4}{9}\cdot 2\frac{3}{4}$;

д) $2\frac{3}{4}\ \ \frac{4}{11}$;

е) $4\frac{2}{3}\ \ 3\frac{1}{2}$;

ж) $-1\frac{2}{3}\cdot\left(-2\frac{2}{5}\right)$;

з) $-7\frac{3}{11}\cdot 2\frac{19}{40}$.

699. Найдите по формуле пути $s = vt$ значение s, если:

а) $v = 9\frac{1}{2}$; $t = 4\frac{1}{2}$; б) $v = 3\frac{3}{5}$; $t = \frac{5}{6}$.

700. Найдите по формуле объёма прямоугольного параллелепипеда $V = abc$ значение V, если $a = \frac{4}{5}$ *дм*, $b = 2\frac{1}{2}$ *дм*, $c = 1\frac{3}{4}$ *дм*.

701. Один кубический дециметр железа весит $7\frac{4}{5}$ *кг*. Найдите вес железной детали, объём которой равен $3\frac{1}{3}$ $дм^3$.

702. Найдите площадь прямоугольника, ширина которого $3\frac{1}{3}$ *м*, а длина на $2\frac{1}{3}$ *м* больше ширины.

703. Длина прямоугольного параллелепипеда $8\frac{3}{4}$ *см*, ширина $\frac{4}{5}$ *см*, а высота на 2 *см* больше ширины. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда.

704. Купили $2\frac{1}{2}$ *кг* картофеля по 10 коп. за килограмм и $8\frac{4}{5}$ *кг* капусты по 15 коп. за килограмм. Сколько денег заплатили за купленные овощи?

▼

705. Представьте в виде неправильной дроби каждое из чисел:

$2\frac{3}{4}$; $3\frac{4}{7}$; $20\frac{1}{17}$; $14\frac{15}{37}$; 5,24; 8,25.

706. Выполните действие:

а) $3\frac{3}{5} \cdot 1\frac{1}{9}$; в) $2\frac{2}{25} \cdot 1\frac{9}{16}$; д) $-6\frac{2}{9} \cdot 10\frac{1}{8}$;

б) $2\frac{14}{15} \cdot 6\frac{6}{11}$; г) $\frac{13}{43} \cdot 8\frac{7}{26}$; е) $-5\frac{5}{6} \cdot \left(-6\frac{6}{7}\right)$.

707. Найдите значение выражения:

а) $\left(3 - 1\frac{2}{7}\right) \cdot 16\frac{1}{3}$; б) $-4\left(2\frac{5}{12} + 3\frac{2}{3}\right)$.

708. Куплено $1\frac{1}{2}$ *кг* колбасы по $2\frac{3}{10}$ руб. за килограмм и $\frac{3}{5}$ *кг* сыра по $2\frac{4}{5}$ руб. за килограмм. Сколько денег заплатили за покупку?

57. Взаимно обратные числа.

На какую дробь надо умножить $\frac{8}{15}$, чтобы в результате получилась единица? Такой дробью является дробь $\frac{15}{8}$. В самом деле: $\frac{8}{15} \cdot \frac{15}{8} = 1$. Дробь $\frac{15}{8}$ называется дробью, обратной дроби $\frac{8}{15}$. Дробь $\frac{8}{15}$ также обратна дроби $\frac{15}{8}$, так как произведение $\frac{8}{15}$ и $\frac{15}{8}$ равно 1. Говорят, что дроби $\frac{8}{15}$ и $\frac{15}{8}$ **взаимно обратные.**

Вообще, ***взаимно обратными числами называются два числа, произведение которых равно 1.*** Например, числа 7 и $\frac{1}{7}$ взаимно обратны, так как $7 \cdot \frac{1}{7} = 1$.

Любые две дроби вида $\frac{a}{b}$ и $\frac{b}{a}$ являются взаимно обратными, так как при любых натуральных значениях a и b их произведение равно единице:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1.$$

709. Назовите число, обратное числу:

а) $\frac{7}{10}$; в) $\frac{5}{6}$; д) 1; ж) $-\frac{2}{3}$;

б) $\frac{11}{4}$; г) $\frac{8}{9}$; е) $\frac{5}{5}$; з) $-\frac{5}{4}$.

710. Будут ли взаимно обратными числа:

а) $7\frac{2}{5}$ и $\frac{5}{37}$; в) 0,2 и 5; д) $3\frac{1}{2}$ и $2\frac{1}{3}$;

б) 48 и $\frac{1}{48}$; г) 2,5 и 0,4; е) 0 и 1?

711. Решите уравнение:

а) $\frac{3}{4}x = 1$; в) $0{,}8a = 1$; д) $\frac{8}{19}x = \frac{8}{19}$;

б) $\frac{23}{20}y = 1$; г) $0{,}25b = 1$; е) $\frac{12}{5}y = \frac{12}{5}$.

712. Найдите число, обратное:

а) сумме $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{8}$; б) разности $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{6}$.

713. Верно ли высказывание:
а) для всякой правильной дроби обратная дробь будет неправильной;
б) для всякой неправильной дроби обратная дробь будет правильной?

▼

714. Найдите числа, обратные числам:

а) $\frac{10}{27}$; $\frac{12}{59}$; $\frac{23}{98}$; $\frac{11}{122}$; $\frac{42}{315}$; $\frac{10}{3}$; $\frac{41}{8}$;

б) $11\frac{11}{12}$; $\frac{1}{20}$; 80; 100; 1; 0,5; 1,2.

715. Найдите число, обратное:

а) сумме $\frac{1}{2}$ и $\frac{4}{5}$;

б) разности 1 и $\frac{3}{8}$;

в) разности $\frac{3}{17}$ и $\frac{47}{51}$;

г) произведению $\frac{8}{17}$ и $\frac{51}{64}$.

58. Деление дробей.

Деление обыкновенных дробей имеет тот же смысл, что и деление целых чисел и десятичных дробей. Например, разделить $\frac{3}{4}$ на $\frac{5}{7}$ — это значит найти такое число x, которое в произведении с числом $\frac{5}{7}$ даёт $\frac{3}{4}$:

$$\frac{5}{7}x = \frac{3}{4}.$$

Число x называют частным, $\frac{3}{4}$ — делимым, а $\frac{5}{7}$ — делителем. Пишут:

$$\frac{3}{4} : \frac{5}{7} = x.$$

Чтобы найти x, надо обе части равенства $\frac{5}{7}x = \frac{3}{4}$ умножить на число $\frac{7}{5}$, обратное числу $\frac{5}{7}$:

$$\frac{5}{7}x \cdot \frac{7}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5};$$
$$\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{5} \cdot x = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5}.$$

Так как произведение $\frac{5}{7}$ и $\frac{7}{5}$ равно 1, то получаем:

$$x = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5}.$$

Значит, частное $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{7}$ равно произведению $\frac{3}{4}$ и $\frac{7}{5}$:

$$\frac{3}{4} : \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5}.$$

Проверим ответ с помощью умножения:

$$\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5}\right) \cdot \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{7}{5} \cdot \frac{5}{7}\right) = \frac{3}{4} \cdot 1 = \frac{3}{4}.$$

Мы заменили деление $\frac{3}{4}$ на $\frac{5}{7}$ умножением делимого $\frac{3}{4}$ на число $\frac{7}{5}$, обратное делителю.

Чтобы разделить одно число на другое, надо делимое умножить на число, обратное делителю.

Пример 1. $\frac{12}{5} : \frac{16}{15} = \frac{12}{5} \cdot \frac{15}{16} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$.

Пример 2. $\frac{9}{8} : 6 = \frac{9}{8} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{16}$.

716. Замените частное произведением:

а) $\frac{6}{7} : \frac{3}{8}$; в) $\frac{m}{k} : \frac{c}{4}$; д) $\frac{16}{3} : 2$;

б) $\frac{5}{12} : \frac{10}{3}$; г) $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$; е) $\frac{5}{9} : \frac{l}{3}$.

717. Выполните деление:

а) $\frac{3}{8} : \frac{7}{5}$; г) $\frac{4}{5} : \frac{4}{7}$; ж) $-\frac{3}{5} : \frac{9}{25}$;

б) $\frac{1}{5} : \frac{9}{4}$; д) $\frac{3}{16} : \frac{5}{4}$; з) $-\frac{3}{25} : \left(-\frac{9}{5}\right)$;

в) $\frac{5}{12} : \frac{4}{11}$; е) $\frac{1}{8} : \frac{7}{4}$; и) $\frac{9}{5} : \left(-\frac{3}{25}\right)$.

718. Найдите частное:

а) $\frac{7}{8} : 2$; г) $\frac{8}{7} : \frac{1}{2}$; ж) $\frac{21}{8} : \frac{1}{7}$;

б) $\frac{8}{7} : 2$; д) $\frac{15}{16} : 5$; з) $-\frac{1}{10} : \frac{1}{12}$;

в) $\frac{7}{8} : \frac{1}{2}$; е) $\frac{21}{8} : 7$; и) $-\frac{1}{12} : \left(-\frac{1}{11}\right)$.

719. Представьте в виде дроби частное:

а) $\frac{m}{n} : \frac{p}{k}$; б) $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$.

720. Найдите значение выражения:

а) $\left(\frac{51}{60} \cdot \frac{12}{17}\right) : \frac{3}{10}$; б) $\left(\frac{12}{95} : \frac{9}{38}\right) \cdot \frac{15}{16}$.

721. Выполните деление:

а) $3\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$; в) $1\frac{2}{3} : 1\frac{1}{10}$; д) $10\frac{1}{3} : 2\frac{2}{3}$; ж) $2\frac{2}{5} : \frac{3}{11}$;

б) $4\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2}$; г) $\frac{4}{15} : 3\frac{1}{5}$; е) $4\frac{3}{4} : 3$; з) $7\frac{1}{2} : 7\frac{1}{2}$.

722. Решите уравнение:

а) $x : \frac{7}{8} = 1 - \frac{1}{5}$; в) $1\frac{1}{2}x - 3\frac{1}{3} + \frac{2}{5}x = 1\frac{2}{3}$;

б) $(y - 1) : \frac{3}{5} = \frac{5}{3}$; г) $-\frac{3}{5}y + 2\frac{1}{5}y + 7\frac{4}{7} = 8$.

723. Найдите по формуле площади прямоугольника $S = ab$ значение:

а) S, если $a = 4\frac{1}{5}$ и $b = \frac{3}{7}$;

б) a, если $S = 15$ и $b = 7\frac{1}{2}$.

724. С какой скоростью должен идти трактор, чтобы пройти 15 *км* за $\frac{5}{6}$ *ч*, за $\frac{5}{8}$ *ч*?

725. За $\frac{4}{5}$ *кг* сухарей заплатили $\frac{2}{5}$ руб. Сколько стоит 1 *кг* сухарей? Сколько сухарей можно купить на 1 руб.?

726. Два колхоза построили дорогу. Первый колхоз построил $\frac{5}{7}$ дороги, а второй — остальную часть. Во сколько раз больше часть дороги, построенная первым колхозом, чем вторым?

727. Площадь прямоугольника $\frac{15}{64}$ *м*^{2}. Найдите периметр прямоугольника, если его ширина равна $\frac{3}{8}$ *м*.

728. Длина и ширина прямоугольника соответственно равны $5\frac{3}{5}$ *м* и $2\frac{3}{8}$ *м*. Найдите ширину другого прямоуголь-

ника, длина которого $3\frac{1}{5}$ *м*, а площадь равна площади первого прямоугольника.

729. За $8\frac{3}{4}$ *м* сукна и $7\frac{1}{2}$ *м* сатина заплатили 225 руб. Сколько стоит 1 *м* сукна и сколько стоит 1 *м* сатина, если за сукно заплатили в 14 раз больше, чем за сатин?

730. За 32 *м* ситца и 16 *м* клеёнки заплатили 40 руб. Стоимость ситца составила $\frac{2}{3}$ стоимости клеёнки. Что дороже: 1 *м* ситца или 1 *м* клеёнки и на сколько рублей?

731. Продано $2\frac{2}{5}$ *ц* винограда и $1\frac{4}{5}$ *ц* груш за 432 руб. За груши выручили половину той суммы, которую выручили за виноград. На сколько рублей 1 *ц* груш дешевле, чем 1 *ц* винограда?

▼

732. Выполните деление:

а) $\frac{4}{9} : \frac{3}{8}$; в) $-\frac{3}{7} : \frac{9}{14}$; д) $\frac{27}{64} : 9$;

б) $\frac{17}{60} : \frac{34}{9}$; г) $\frac{86}{119} : \left(-\frac{43}{51}\right)$; е) $-8 : \left(-\frac{2}{3}\right)$.

733. Выполните действие:

а) $2\frac{1}{7} : 1\frac{11}{14}$; в) $2\frac{8}{23} : 7\frac{21}{46}$;

б) $3\frac{3}{5} : 1\frac{11}{25}$; г) $2\frac{47}{49} : 12\frac{3}{7}$.

734. Найдите значение выражения:

а) $7\frac{1}{8} : 4\frac{3}{4} \cdot 8$; в) $1\frac{7}{9} \cdot 2\frac{2}{5} : 1\frac{3}{5}$;

б) $11\frac{1}{3} : \frac{4}{21} : 4\frac{1}{4}$; г) $\frac{7}{8} \cdot \frac{8}{9} : 1\frac{1}{9}$.

735. Найдите значение выражения:

а) $\frac{77}{150} : \left(\frac{23}{25} + \frac{2}{5}\right)$; б) $\frac{2}{5} : \frac{12}{35} + 3 : \frac{1}{4}$.

736. Решите уравнение:

а) $x : 3\frac{3}{8} = \frac{5}{6} + \frac{2}{3}$; б) $x \cdot \left(1\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) = 5\frac{5}{12}$;

в) $x : \left(8\frac{7}{10} - 1\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{6}$; г) $1\frac{8}{9} : x = 1\frac{7}{12} + 1\frac{1}{4}$.

737. Сколько оборотов сделает колесо на расстоянии 48 *м*, если длина окружности колеса равна $\frac{6}{25}$ *м*, $\frac{3}{4}$ *м*, $\frac{4}{5}$ *м*?

738. В первый день рабочий выполнил $\frac{1}{5}$ всего заказа, во второй $\frac{2}{3}$ всего заказа. Во сколько раз работа, выполненная за два дня, больше невыполненной работы?

739. За $3\frac{1}{5}$ *кг* манной крупы хозяйка заплатила $1\frac{3}{5}$ руб. Сколько стоят $2\frac{1}{2}$ *кг* манной крупы?

740. На сахарный завод в понедельник привезли $12\frac{1}{2}$ *т* свёклы, во вторник — в $2\frac{2}{5}$ раза больше, чем в понедельник, а в среду $\frac{2}{5}$ того, что привезли в понедельник и во вторник вместе. Из 7 *т* свёклы получается 1 *т* сахара. Сколько всего сахара получится из привезённой свёклы?

741. Среднее арифметическое трёх чисел 8,9. Второе число больше первого на 0,7, а третье больше второго тоже на 0,7. Найдите эти числа.

59. Умножение смешанного числа на натуральное.

При умножении смешанного числа на натуральное не следует обращать смешанное число в неправильную дробь. Вычисления упрощаются, если применить распределительный закон умножения. Например, при умножении $13\frac{7}{10}$ на 3 выгоднее смешанное число записать в виде суммы 13 и $\frac{7}{10}$, а потом раскрыть скобки:

$$13\frac{7}{10} \cdot 3 = \left(13 + \frac{7}{10}\right) \cdot 3 = 39 + \frac{21}{10} = 39 + 2\frac{1}{10} = 41\frac{1}{10}.$$

Чтобы умножить смешанное число на натуральное, надо сначала умножить на натуральное число целую часть, а затем дробную и сложить полученные произведения.

742. Выполните умножение:

а) $6\frac{1}{5}\cdot 4$; г) $6\cdot 1\frac{1}{7}$; ж) $10\cdot 5\frac{2}{5}$;

б) $9\frac{2}{7}\cdot 2$; д) $4\frac{1}{4}\cdot 4$; з) $11\frac{1}{3}\cdot 3$.

в) $3\cdot 7\frac{1}{4}$; е) $2\frac{1}{8}\cdot 8$;

743. Найдите значение выражения:

а) $\left(4\frac{2}{3}+5\frac{1}{2}\right)\cdot 6$; е) $\left(4-1\frac{1}{3}\cdot 2\right)\cdot\frac{1}{2}$;

б) $\left(3\frac{2}{7}+\frac{5}{7}\right)\cdot 7$; ж) $8\frac{5}{11}\cdot 4\frac{2}{9}+8\frac{5}{11}\cdot 6\frac{7}{9}$;

в) $\left(8-1\frac{1}{9}\right)\cdot 9$; з) $6\frac{3}{5}\cdot 7\frac{1}{6}-2\frac{1}{6}\cdot 6\frac{3}{5}$;

г) $\left(13\frac{5}{8}-12\frac{5}{8}\right)\cdot 208$; и) $9\frac{3}{8}\cdot 2\frac{5}{7}-2\frac{5}{7}\cdot 7\frac{3}{8}$;

д) $\left(1-1\frac{2}{5}\right)\cdot 35$; к) $3\frac{3}{4}\cdot 3\frac{3}{4}+3\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}$.

744. Выполните действия:

а) $1\frac{2}{9}+1\frac{1}{6}\cdot\left(2-1\frac{25}{42}\right)$; в) $\left(4+5\frac{1}{6}\right):\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{36}\right)$;

б) $\left(4-2\frac{7}{15}\right)\cdot\left(10-8\frac{16}{23}\right)$; г) $6\frac{5}{12}:2\frac{3}{4}-11\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{9}$.

745. Сравните выражения:

$\left(4-2\frac{2}{5}\right):\left(3-1\frac{4}{5}\right)$ и $4:2\frac{2}{5}-3:1\frac{4}{5}$.

746. Найдите значение выражения:

а) $2\frac{2}{5}\,a+b$, если $a=2\frac{1}{12}$; $b=3\frac{27}{40}$;

б) $8\frac{3}{4}\,(a+b)$, если $a=2\frac{1}{2}$; $b=1\frac{1}{7}$.

747. Шаг дяди Стёпы $1\frac{1}{5}$ *м*. Какое расстояние он пройдёт, если сделает 5 шагов, 12 шагов, 20 шагов, 24 шага?

748. Продолжительность жизни берёзы 150 лет. Сосна живёт в $3\frac{4}{5}$ раза дольше берёзы. Мамонтово дерево живёт в 11 раз дольше сосны. Какова продолжительность жизни мамонтова дерева?

749. Квартира состоит из двух комнат. Длина большей комнаты $5\frac{3}{10}$ *м*, а ширина 4 *м*. Длина меньшей комнаты 4 *м*, а ширина $3\frac{3}{10}$ *м*. На сколько площадь одной комнаты меньше площади другой комнаты?

750. Миша проходит в час $3\frac{1}{3}$ *км*. Сколько километров он пройдёт за 2 *ч*, 3 *ч*, $5\frac{1}{2}$ *ч*? Постройте график движения Миши. За сколько часов Миша пройдёт 10 *км*, 20 *км*? Сколько километров пройдёт Миша за 5 *ч*?

▼

751. Выполните умножение:

а) $7\frac{2}{13}\cdot 2$; в) $6\frac{3}{8}\cdot 2$; д) $5\cdot 3\frac{1}{5}$;

б) $8\frac{3}{28}\cdot 5$; г) $5\frac{7}{16}\cdot 8$; е) $9\frac{2}{9}\cdot 9$.

752. Найдите значение выражения:

а) $\left(3\frac{3}{5}-2\frac{1}{15}\right)\cdot 5$; в) $8\frac{3}{17}\cdot 5\frac{1}{4}+3\frac{14}{17}\cdot 5\frac{1}{4}$;

б) $\left(1\frac{14}{17}-1\frac{1}{34}\right)\cdot 34$; г) $8\frac{4}{13}\cdot 15\frac{3}{41}-3\frac{4}{13}\cdot 2\frac{3}{41}$.

753. Найдите значение выражения:

а) $3a+5b$, если $a=2\frac{7}{15}$; $b=3\frac{1}{25}$;

б) $7\frac{1}{4}x+3\frac{2}{9}y$, если $x=8$; $y=9$.

754. Турист шёл 3 *ч* со скоростью $4\frac{3}{4}\frac{км}{ч}$ и 3 *ч* со скоростью $4\frac{1}{4}\frac{км}{ч}$. Сколько километров прошёл турист за эти 6 *ч*?

755. В одном ящике $12\frac{7}{10}$ *кг* сахара, а в другом — в 2 раза больше. Сколько сахара будет в каждом ящике, если из второго переложить в первый $2\frac{2}{5}$ *кг*?

756. Поезд шёл 4 *ч* со скоростью $80\frac{3}{4}\frac{км}{ч}$ и 5 *ч* со скоростью $72\frac{1}{5}\frac{км}{ч}$. Найдите среднюю скорость поезда.

60. Нахождение дроби числа и числа по его дроби.

З а д а ч а 1. Площадь катка 1600 $м^2$. За час работы было расчищено $\frac{3}{4}$ катка (рис. 84). Сколько квадратных метров льда расчистили за час?

Чтобы ответить на вопрос задачи, надо найти $\frac{3}{4}$ числа 1600. Для этого 1600 разделим на 4 и результат умножим на 3:

$$1600 : 4 \cdot 3.$$

Разделить 1600 на 4 — это всё равно, что 1600 умножить на $\frac{1}{4}$:

$$1600 : 4 \cdot 3 = 1600 \cdot \frac{1}{4} \cdot 3.$$

Если $\frac{1}{4}$ умножить на 3, то получится $\frac{3}{4}$:

$$1600 : 3 \cdot 4 = 1600 \cdot \frac{1}{4} \cdot 3 = 1600 \cdot \frac{3}{4}.$$

Значит, задачу можно решить просто умножением 1600 на $\frac{3}{4}$. В результате получится 1200 $м^2$.

Чтобы найти дробь числа, надо число умножить на дробь.

З а д а ч а 2. За час расчистили $\frac{2}{5}$ катка (рис. 85), что составляет 800 $м^2$. Найдите площадь катка.

Для решения задачи надо найти такое число x, $\frac{2}{5}$ которого составляют 800:

$$\frac{2}{5}x = 800.$$

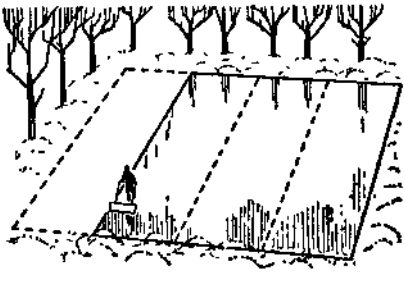


Рис. 84.

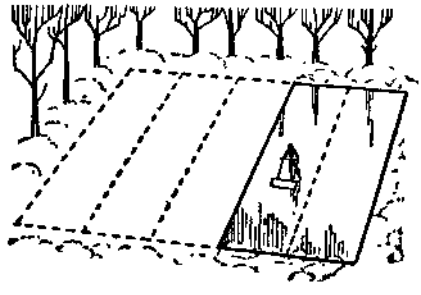


Рис. 85.

Разделим обе части уравнения на $\frac{2}{5}$ и получим:

$$x = 800 : \frac{2}{5}.$$

Значит, задачу можно решить просто делением числа 800 на дробь $\frac{2}{5}$. В результате получится 2000 *м*^{2}.

757. Брат и сестра купили за 90 коп. книгу. Брат заплатил $\frac{3}{10}$ стоимости книги, а сестра — остальную сумму. Сколько копеек заплатила сестра?

758. На элеватор отправили 70 *т* зерна. Оно составляет $\frac{7}{8}$ зерна, намолоченного за день. Сколько зерна намолотили за день?

759. В палатку привезли $8\frac{3}{4}$ *т* картофеля. В первый день продали $\frac{3}{5}$ всего картофеля, а во второй день продали $\frac{1}{2}$ того количества, которое было продано в первый день. Сколько тонн картофеля было продано во второй день?

760. При размоле $3\frac{1}{8}$ *ц* пшеницы получили муку, манную крупу и отруби. Вес муки составил $\frac{4}{5}$ веса пшеницы, вес манной крупы составил $\frac{1}{40}$ веса муки. Сколько отрубей получилось при размоле?

761. В первый день туристы прошли $\frac{5}{24}$ всего намеченного пути, а во второй день $\frac{4}{5}$ того, что прошли в первый день. Как велик намеченный путь, если во второй день туристы прошли 24 *км*?

762. Мастерская израсходовала за неделю $\frac{2}{3}$ запаса ткани. На платья пошло $\frac{3}{8}$ израсходованной ткани. Сколько ткани было в мастерской, если известно, что на платья пошло 240 *м*?

763. Лесорубы заготовили 32 000 *м*^{3} строительного леса. 60 % заготовленного леса отправили по воде, а остальной

лес отправили по железной дороге. На сколько кубометров леса отправлено по железной дороге меньше, чем по воде?

764. На ремонт физкультурного зала израсходовано 44 *кг* краски, что составляет 20% всей краски, отпущенной колхозом на ремонт школы. Сколько килограммов краски купил колхоз, если школе было отпущено 12,5% купленной краски?

765. В первую неделю артель израсходовала $\frac{4}{9}$ запаса сырья, во вторую $\frac{8}{27}$ запаса, а в третью—остальные $5\frac{1}{4}$ *т*. Сколько тонн сырья было в артели?

766. Покупатель израсходовал в одном магазине $\frac{2}{7}$ своих денег, а во втором $\frac{3}{5}$ остатка. Сколько денег имел покупатель, если во втором магазине он израсходовал 60 руб.?

767. Пшеницу пересыпали из ларя в 3 мешка. В первый мешок вошло $\frac{5}{18}$ всей пшеницы, во второй $\frac{1}{3}$ всей пшеницы, а в третий — на 10 *кг* больше, чем во второй. Сколько килограммов пшеницы было в ларе?

768. Масло перелили из бака в 3 бидона. В первый бидон вошло $\frac{3}{10}$ всего масла, во второй $\frac{1}{2}$ всего масла, а в третий — на 6 *л* меньше, чем в первый бидон. Сколько масла было в баке?

769. Типография израсходовала за 2 дня 60% всей полученной бумаги. Причём во второй день было израсходовано бумаги в $1\frac{1}{5}$ раза больше, чем в первый день. Сколько бумаги израсходовала типография в первый день, если было получено $6\frac{3}{5}$ *т* бумаги?

770. За день было продано 75% всего завезённого картофеля. Картофель, проданный до обеденного перерыва, составляет $\frac{5}{7}$ картофеля, проданного после обеденного перерыва. Сколько картофеля продано до перерыва и после перерыва в отдельности, если было завезено $3\frac{1}{5}$ *т* картофеля?

▼

771. Выполните действия:

а) $\frac{6}{25} \cdot \frac{5}{9} - \frac{3}{10} : \frac{9}{10} + 5 : \frac{5}{6}$; б) $7\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \cdot 5\frac{3}{8} : \frac{43}{50} - 3$.

772. Найдите значение выражения:

а) $\frac{3}{7}x + \frac{5}{8}y + \frac{3}{14}x + \frac{1}{4}y$, если $x = 1\frac{5}{9}$, $y = 8$;

б) $3\frac{2}{17}y + 5\frac{3}{34}y - 8\frac{7}{34}y$, если $y = 3\frac{1}{7}$.

773. Решите уравнение:

а) $x - 2\frac{3}{11} \cdot 11 = 8$; б) $\frac{3}{7}x + 1\frac{2}{7}x = 1 - \frac{3}{7}$.

774. Длина прямоугольника 80 *см*, ширина составляет $\frac{5}{16}$ длины. Найдите периметр прямоугольника.

775. Велосипедист проехал 40 *км*. Полем он ехал $\frac{9}{16}$ этого пути, $\frac{3}{10}$ остатка — лесом, а остальной путь — по шоссе. Сколько километров велосипедист ехал по шоссе?

776. Засеяли $\frac{2}{7}$ поля, после чего осталось засеять 35 *га*. Найдите площадь всего поля.

777. В городе три района. В первом районе проживает $\frac{5}{12}$ населения города. Население второго района составляет $\frac{4}{5}$ населения первого района. Сколько жителей в городе, если во втором районе проживает 20 000 человек?

778. За день было продано 80% завезённых яблок. Яблоки, проданные до обеденного перерыва, составляют $\frac{1}{3}$ всех яблок, проданных после перерыва. Сколько тонн яблок было продано до обеденного перерыва, если было завезено 5 *т* яблок?

61. Решение задач.

779. Выполните действия:

а) $1\frac{1}{3} \cdot \left(8\frac{2}{3} : 1\frac{4}{9} - 3\frac{3}{8} + 1\frac{5}{8}\right) - 1\frac{5}{6}$;

б) $\left(3\frac{1}{15} - 1\frac{1}{15} : 1\frac{3}{5} + \frac{2}{5}\right) \cdot 2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{7}$;

в) $\left(1\frac{1}{10}+7:\left(3\frac{1}{12}-1\frac{5}{8}\right)\right)\cdot 1\frac{1}{59}$;

г) $\left(5\frac{1}{6}+3\frac{5}{6}:\left(4\frac{1}{9}-2\frac{5}{6}\right)\right)\cdot\frac{3}{7}-\frac{2}{7}$;

д) $\left(7-1\frac{4}{23}\cdot 3\frac{5}{6}+3\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{19}\right):\frac{2}{3}-\frac{2}{3}$;

е) $\frac{3}{16}\cdot 1\frac{3}{5}:\left(7\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{10}-\frac{3}{5}\right)-3\frac{1}{2}:4\frac{2}{3}$;

ж) $12\frac{1}{10}-2\frac{1}{10}\cdot\left(1\frac{1}{6}-1\frac{7}{15}:3\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right):2\frac{1}{10}-1\frac{1}{10}\cdot 2\frac{1}{2}$.

780. Решите уравнение:

а) $\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}=2-\frac{1}{3}x+2\frac{1}{4}x$;

б) $1-1\frac{1}{2}a+3\frac{2}{5}a=1\frac{1}{3}a-2\frac{7}{15}a+2\frac{1}{2}$;

в) $2\cdot\left(\frac{2}{5}z+1\right)+3\frac{1}{3}=4-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{4}{5}z-1\right)$;

г) $5-\left(1\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}\right)\cdot 6=2\frac{1}{3}y-5\frac{1}{2}$.

781. Две машинистки взялись перепечатать рукопись. Одна из них может перепечатать рукопись за $3\frac{1}{3}$ дня, а вторая — за $2\frac{1}{2}$ дня. За сколько дней обе машинистки перепечатают рукопись при одновременной работе?

782. Велосипедист проезжает расстояние между двумя городами за $4\frac{1}{2}$ *ч*, а мотоциклист — за 3 *ч*. Через сколько часов велосипедист и мотоциклист встретятся, если они выедут одновременно из этих городов навстречу друг другу?

783. Запаса корма хватит для кур на 5 месяцев, а для уток — на $3\frac{1}{3}$ месяца. На сколько месяцев хватит запаса корма для кур и уток?

784. Два рабочих могут выполнить некоторую работу за $2\frac{2}{5}$ дня. Первый может выполнить эту работу за 4 дня. За сколько дней может выполнить эту работу второй рабочий?

785. За $2\frac{1}{2}$ *л* молока и $1\frac{1}{4}$ *л* растительного масла заплатили $2\frac{7}{10}$ руб. Сколько стоят в отдельности 1 *л* молока и 1 *л* мас-

ла, если стоимость всего молока составляет $\frac{7}{20}$ стоимости масла?

786. В трёх ящиках $21\frac{4}{5}$ *кг* гвоздей. В первом ящике в $1\frac{5}{7}$ раза больше гвоздей (по весу), чем во втором; вес гвоздей третьего ящика составляет $\frac{2}{5}$ веса гвоздей второго ящика. Сколько гвоздей в каждом ящике?

787. Посевы помидоров, огурцов и моркови занимают 51 *га*. Посевы моркови составляют $\frac{2}{7}$ посевов огурцов, а посевы огурцов составляют $\frac{7}{8}$ посевов помидоров. Как велика площадь, занятая в отдельности под помидоры, огурцы и морковь?

▼

788. Выполните действия:

а) $3 : 4 : \frac{5}{6} + 2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} - 1 : 1\frac{1}{9}$;

б) $2\frac{3}{4} : \left(1\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) : 3\frac{1}{6}$;

в) $\left(\frac{2}{15} + 1\frac{7}{12}\right) \cdot \frac{30}{103} - \left(2 : 2\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{9}{32}$.

789. Найдите значение выражения:

а) $2\frac{3}{7}a - \left(\frac{3}{7}a + \frac{4}{5}b\right)$, если $a = 3\frac{1}{8}$; $b = 1\frac{1}{4}$;

б) $8\frac{3}{5}m - \left(4\frac{1}{5}m + 4\frac{2}{5}m\right)$, если $m = 3\frac{8}{13}$.

790. Решите уравнение:

а) $\frac{4}{9} : \left(3\frac{2}{5} - 5x\right) = \frac{1}{6}$; б) $\left(x + 3\frac{2}{3}\right) \cdot 2\frac{1}{4} - 3\frac{1}{4} = 7$.

791. В первом цехе работает $\frac{2}{7}$ всех рабочих завода. $\frac{2}{5}$ рабочих первого цеха — женщины. Сколько женщин работает в первом цехе, если всего на заводе 3500 рабочих?

792. На ток доставили $26\frac{2}{5}$ *т* зерна. За день удалось очистить 75% этого зерна и 80% очищенного зерна ссыпать в амбар. Сколько тонн зерна ссыпали в амбар?

793. Комбайнер убрал в первый день $\frac{4}{13}$ поля пшеницы, а во второй день $\frac{5}{9}$ остатка. Найдите площадь поля, если известно, что во второй день комбайнер убрал 25 *га*.

794. В трёх мотках 141 *м* проволоки. В первом мотке проволоки в $2\frac{2}{5}$ раза меньше, чем во втором; во втором — в $2\frac{1}{2}$ раза меньше, чем в третьем. Сколько метров проволоки в каждом мотке?

795. Яблоки, сливы и груши стоят 80 руб. Стоимость яблок составляет $\frac{2}{3}$ стоимости груш, стоимость груш составляет $\frac{3}{5}$ стоимости слив. Найдите стоимость яблок, слив и груш в отдельности.

§ 14. ДЕЙСТВИЯ НАД ОБЫКНОВЕННЫМИ И ДЕСЯТИЧНЫМИ ДРОБЯМИ.

62. Запись обыкновенной дроби в виде десятичной.

Обыкновенную дробь, знаменатель которой 10, 100, 1000 и т. д., можно записать в виде десятичной дроби. Например:

$$\frac{3}{10} = 0{,}3;\ \frac{51}{100} = 0{,}51;\ \frac{7}{1000} = 0{,}007.$$

В виде десятичной дроби можно представить и некоторые другие обыкновенные дроби. Рассмотрим дробь $\frac{3}{4}$. Эту дробь можно привести к знаменателю 100, умножив её числитель и знаменатель на 25:

$$\frac{3}{4} = \frac{75}{100}.$$

Дробь $\frac{75}{100}$ уже можно записать в виде десятичной дроби 0,75. Значит,

$$\frac{3}{4} = 0{,}75.$$

Не каждую обыкновенную дробь можно записать в виде десятичной. Возьмём, например, дробь $\frac{1}{3}$. Эту дробь нельзя привести ни к одному из знаменателей 10, 100, 1000 и т. д., так как ни одно из этих чисел не делится на 3. Дробь $\frac{5}{14}$ также нельзя записать в виде десятичной, так как в разложение 14 на простые

множители входит число 7, а в разложение чисел 10, 100, 1000 и т. д. этот множитель не входит: $10 = 2 \cdot 5$; $100 = 2^2 \cdot 5^2$; $1000 = 2^3 \cdot 5^3$ и т. д.

В разложении знаменателя дроби $\frac{12}{15}$ содержится простой множитель 3. И всё же эту дробь можно представить в виде десятичной, так как после её сокращения на 3 получается дробь $\frac{4}{5}$, знаменатель которой уже не содержит простых множителей, отличных от 2 и 5:

$$\frac{12}{15} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0{,}8.$$

Если в разложении знаменателя дроби на простые множители содержатся только двойки и пятёрки, то эту дробь можно записать в виде десятичной. Если же дробь несократима и в разложение её знаменателя входят, кроме двоек и пятёрок, другие простые множители, то эту дробь нельзя записать в виде десятичной.

Например, дробь $\frac{3}{1250}$ можно записать в виде десятичной, так как в разложении её знаменателя 1250 ($1250 = 5^4 \cdot 2$), кроме двоек и пятёрок, нет других простых множителей. А дроби $\frac{143}{150}$ и $\frac{16}{77}$ нельзя записать в виде десятичных. Эти дроби несократимы и в разложении знаменателя первой дроби есть простой множитель 3 ($150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$), а в разложении знаменателя второй дроби — простой множитель 7 ($77 = 7 \cdot 11$).

796. Запишите в виде десятичной дроби числа:

$1\frac{7}{10}$; $2\frac{31}{100}$; $5\frac{67}{1000}$; $\frac{231}{100}$; $\frac{5723}{100}$; $\frac{648405}{1000}$.

797. Приведите дроби $\frac{5}{8}$; $\frac{4}{125}$; $\frac{13}{16}$; $\frac{41}{625}$; $\frac{391}{400}$ к новому знаменателю, равному степени 10.

798. Какие из дробей можно и какие нельзя записать в виде десятичной дроби: $\frac{33}{80}$; $\frac{7}{75}$; $\frac{27}{50}$; $\frac{5}{48}$; $\frac{27}{28}$; $\frac{17}{25}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{15}{12}$; $\frac{13}{12}$; $\frac{7}{28}$; $\frac{8}{28}$; $\frac{9}{75}$; $\frac{25}{75}$?

799. Запишите в виде десятичной дроби числа: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{6}{25}$; $\frac{9}{50}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{1}{16}$; $1\frac{1}{4}$; $5\frac{3}{5}$; $10\frac{3}{25}$; $5\frac{7}{50}$; $22\frac{5}{8}$.

▼

800. Обратите в десятичные дроби числа:

$\frac{1}{4}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{7}{25}$; $3\frac{3}{8}$; $4\frac{13}{50}$; $\frac{7}{200}$; $10\frac{3}{4}$; $3\frac{81}{400}$; $7\frac{703}{800}$.

801. Сравните дроби, записав их сначала в виде десятичных дробей:

а) $\frac{3}{4}$ и $\frac{17}{20}$; б) $\frac{17}{125}$ и $\frac{1}{8}$.

802. Выберите из чисел $\frac{1}{6}$; $\frac{2}{15}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{5}{16}$; $1\frac{3}{5}$; $7\frac{3}{15}$ те, которые можно представить в виде десятичной дроби.

803. Молоко из бака разлили по трём бидонам. В первый бидон вошло $\frac{3}{8}$ всего молока, во второй $\frac{5}{12}$ всего молока, а в третий на 16 *л* меньше, чем в первый бидон. Сколько молока было в баке?

63. Бесконечные десятичные дроби.

Любая обыкновенная дробь есть частное её числителя и знаменателя. Разделив числитель на знаменатель, если это деление возможно в десятичных дробях, мы получим запись обыкновенной дроби в виде десятичной. Например, $\frac{11}{16}$ =0,6875, так как при делении 11 на 16 получается 0,6875:

$$\begin{array}{r|l} 110 & 16 \\ \hline 140 & 0{,}6875 \\ 120 & \\ \hline 80 & \\ 0 & \end{array}$$

Дробь $\frac{2}{3}$ нельзя обратить в десятичную. Но с помощью деления её числителя на знаменатель можно найти её приближённые значения с недостатком: 0,6; 0,66; 0,666; ...

$$
\begin{array}{r|l}
2 & 3 \\
\hline
0 & 0{,}666\ldots \\
\hline
20 & \\
18 & \\
\hline
20 & \\
18 & \\
\hline
20 & \\
18 & \\
\hline
2 &
\end{array}
$$

Приближённое значение 0,6 отличается от $\frac{2}{3}$ на $\frac{1}{15}$ $\left(\frac{2}{3} - 0{,}6 = \frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{1}{15}\right)$. Приближенное значение 0,66 отличается от той же дроби на $\frac{1}{150}$ $\left(\frac{2}{3} - 0{,}66 = \frac{2}{3} - \frac{33}{50} = \frac{1}{150}\right)$ и приближённое значение 0,666 отличается на $\frac{1}{1500}$ $\left(\frac{2}{3} - 0{,}666 = \frac{2}{3} - \frac{333}{500} = \frac{1}{1500}\right)$.

Таким образом можно получать всё новые и новые десятичные дроби, которые будут всё меньше и меньше отличаться от $\frac{2}{3}$. При этом процесс деления никогда не окончится. В таком случае говорят, что $\frac{2}{3}$ обращается в бесконечную десятичную дробь, $\frac{2}{3} = 0{,}6666666666666\ldots$

Бесконечные десятичные дроби, которые получаются при обращении обыкновенных дробей, можно сравнивать по тому же правилу, по которому сравниваются конечные десятичные дроби. Например: $0{,}666\ldots > 0{,}665\ldots$.

Сравним дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{5}{9}$. Обратим каждую из них в десятичную: $\frac{2}{3} = 0{,}6\ldots$; $\frac{5}{9} = 0{,}5\ldots$. Так как $0{,}6\ldots > 0{,}5\ldots$, то $\frac{2}{3} > \frac{5}{9}$. Если бы цифры десятых оказались одинаковыми, пришлось бы продолжить деление и найти следующие цифры частного. При этом не имеет значения, обращаются ли дроби в конечную десятичную дробь или не обращаются.

804. Сравните:

а) 7,68954 и 7,68945;
б) 3,131313... и 3,14;
в) 0,7777... и 0,770770...;
г) 1,3131... и 1,333... .

805. Запишите в виде десятичных дробей числа $\frac{5}{16}$; $\frac{146}{125}$; $45\frac{79}{80}$; $26\frac{27}{32}$; $208\frac{302}{1225}$.

806. Обратите числа $\frac{5}{32}$; $2\frac{8}{15}$; $3\frac{7}{18}$; $\frac{6}{11}$ и $5\frac{3}{82}$ в десятичные дроби и полученные результаты округлите до сотых.

807. Сравните дроби, записав их сначала в виде десятичных:

а) $\frac{4}{7}$ и $\frac{5}{8}$; б) $\frac{8}{9}$ и $\frac{19}{21}$.

808. Расположите в порядке возрастания дроби:

$$\frac{5}{7};\ \frac{1}{2};\ \frac{2}{3};\ \frac{9}{14}.$$

▼

809. Запишите числа $\frac{7}{16}$; $3\frac{9}{14}$; $7\frac{8}{9}$; $5\frac{1}{13}$; $7\frac{12}{13}$ в виде десятичных дробей и округлите их до тысячных.

810. Сравните дроби, записав их в виде десятичных дробей:

а) $\frac{8}{11}$ и $\frac{7}{24}$; б) $\frac{140}{151}$ и $\frac{38}{43}$.

811. На $\frac{3}{7}$ земельного участка разбит сад. Яблони занимают $\frac{3}{4}$ сада. Какую площадь занимают яблони, если площадь участка $1\frac{3}{4}$ *га*?

812. Длина прямоугольника в $3\frac{2}{3}$ раза больше его ширины. Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен $11\frac{1}{5}$ *м*.

64. Сложение и вычитание.

В некоторых случаях при выполнении действий над числами одни из них могут оказаться записанными в виде десятичных дробей, а другие в виде обыкновенных дробей или смешанных чисел. В таких случаях можно поступать по-разному: 1) обратить десятичные в обыкновенные дроби и применить правила действий над обыкновенными дробями, 2) обратить обыкновенные дроби и смешанные числа в десятичные дроби (если это возможно) и применить правила действий над десятичными дробями.

Пример 1. Найдите значение суммы $\frac{1}{25} + 3{,}86$. Обратим обыкновенную дробь $\frac{1}{25}$ в десятичную и выполним сложение:

$$\frac{1}{25} + 3{,}86 = 0{,}04 + 3{,}86 = 3{,}9.$$

Пример 2. Найдите значение суммы $5\frac{5}{8} + 1{,}75$. Запишем десятичную дробь 1,75 в виде смешанного числа и выполним сложение:

$$5\frac{5}{8} + 1{,}75 = 5\frac{5}{8} + 1\frac{3}{4} = 6\frac{11}{8} = 7\frac{3}{8}.$$

Иногда можно проще выполнить действия, не приводя числа к одному виду.

Пример 3. Выполните действия: $4{,}83 + 3\frac{2}{5} + 3{,}17$.

Решение: $4{,}83 + 3{,}17 = 8$; $8 + 3\frac{2}{5} = 11\frac{2}{5}$.

Пример 4. Выполните действия: $4\frac{2}{9} + 1\frac{7}{9} - 3{,}81$.

Решение: $4\frac{2}{9} + 1\frac{7}{9} = 6$; $6 - 3{,}81 = 2{,}19$.

813. Найдите двумя способами значение выражения:

а) $0{,}015 + 4\frac{1}{16} + 1\frac{1}{40}$;

б) $2{,}104 - \left(4\frac{3}{125} - 2{,}12\right)$.

814. Выполните действия:

а) $3\frac{7}{20} + 2\frac{3}{8} - 4{,}312$;

б) $4{,}85 - \left(3\frac{1}{8} + 1{,}105\right)$;

в) $6\frac{9}{40} - 1{,}281 + \frac{7}{125}$;

г) $9{,}1 - \left(6{,}85 - 2\frac{3}{4}\right)$.

815. Найдите значение выражения:

а) $8\frac{5}{7} + 3{,}15 + 1\frac{2}{7} + 4{,}25$;

б) $4{,}7 + \frac{2}{3} + 1\frac{3}{5} + 3{,}3$;

в) $2{,}1 + 1\frac{7}{30} - (4 - 2{,}9)$;

г) $22 - \left(4\frac{5}{7} + 8{,}91 + 1{,}09\right)$.

816. Решите уравнение:

а) $2{,}73 - x - 4\frac{5}{8} = 5\frac{3}{8}$;

б) $6\frac{2}{5} + 0{,}6 + a = 9{,}6$.

817. Найдите значение выражения $2x - b$, если:

а) $x = 8\frac{1}{2}$; $b = 15{,}79$;

б) $x = 63{,}5$; $b = 100\frac{6}{11}$.

818. Длина прямоугольника 7,8 *дм*, а ширина — на $1\frac{3}{5}$ *дм* меньше. Найдите периметр прямоугольника.

▼

819. Выполните действия:

а) $8\frac{19}{20} + 5{,}875 + 24\frac{37}{40}$;

б) $6{,}75 + 3\frac{1}{4} - 7\frac{5}{28}$;

в) $76 - 4\frac{7}{25} + 8{,}28$;

г) $2\frac{5}{6} - 1{,}6 - \frac{2}{3}$.

820. Найдите значение выражения:

а) $\frac{3}{4}a + 0{,}75\,a - a$, если $a = 0{,}1$;

б) $\frac{2}{3}x + \frac{5}{6}x - 2x$, если $x = -3{,}2$.

821. Решите уравнение:

а) $37{,}5 - x + 12\frac{3}{4} = 5{,}35$;

б) $6\frac{1}{3} - x + 2{,}1 = 6\frac{1}{3}$.

822. Расстояние между городом и совхозом машина прошла за 1 *ч* 15 *мин*. Если бы скорость машины была на $10\frac{км}{ч}$ меньше, то этот путь она прошла бы за 1 *ч* 30 *мин*. Найдите скорость машины и расстояние от города до совхоза.

65. Умножение и деление.

При умножении и делении, так же как при сложении и вычитании, десятичные дроби заменяют обыкновенными дробями или обыкновенные дроби заменяют десятичными.

Однако не всегда это следует делать. Иногда можно выполнить действие проще.

Пример 1. В некоторых случаях при умножении десятичной и обыкновенной дроби бывает удобнее разделить десятичную дробь на знаменатель обыкновенной дроби и полученный результат умножить на её числитель:

$$16{,}04 \cdot \frac{3}{4} = 16{,}04 : 4 \cdot 3 = 4{,}01 \cdot 3 = 12{,}03.$$

Пример 2. $3{,}63 : \frac{3}{5} = 3{,}63 \cdot \frac{5}{3} = 3{,}63 : 3 \cdot 5 = 1{,}21 \cdot 5 = 6{,}05$.

823. Найдите частное:

а) $5{,}2 : \frac{1}{3}$; в) $1{,}06 : \frac{1}{9}$; д) $1{,}3 : \frac{1}{11}$;

б) $0{,}14 : \frac{1}{5}$; г) $0{,}0108 : \frac{1}{100}$; е) $2{,}3 : \frac{1}{12}$.

824. Найдите произведение:

а) $4{,}8 \cdot \frac{1}{4}$; в) $-5{,}6 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)$; д) $-4{,}263 \cdot \frac{1}{21}$;

б) $\frac{1}{3} \cdot 0{,}12$; г) $14{,}14 \cdot \frac{1}{7}$; е) $52{,}3 \cdot \frac{1}{1000}$.

825. Найдите значение выражения:

а) $0{,}68 \cdot \frac{3}{4}$; д) $43{,}75 \cdot \frac{2}{35}$; и) $10\frac{2}{3} \cdot 6{,}3$;

б) $3{,}212 : \frac{4}{5}$; е) $\frac{13}{21} \cdot 8{,}4$; к) $-8{,}4 : 6\frac{2}{3}$;

в) $\frac{5}{6} \cdot 24{,}6$; ж) $-7{,}5 \cdot \left(-2\frac{1}{15}\right)$; л) $5{,}6 : \left(-1\frac{1}{9}\right)$;

г) $0{,}121 : \frac{11}{12}$; з) $5{,}2 : 3\frac{1}{3}$; м) $2\frac{3}{20} \cdot 4{,}2$.

826. Выполните действия:

а) $\dfrac{\frac{3}{4} \cdot 1{,}8 \cdot 1\frac{1}{5} : 0{,}07}{\frac{1}{5} : 0{,}49 \cdot 2\frac{5}{8}}$; б) $\dfrac{12{,}75 \cdot \frac{4}{25} \cdot 1{,}8}{1\frac{1}{2} \cdot 2{,}04 \quad 20}$.

827. За $2\frac{3}{4}$ *ч* поезд прошёл 330 *км*. Какое расстояние пройдёт поезд за 7,5 *ч*, если будет идти с той же скоростью?

828. У покупателя 25,5 руб. На покупку 5 *м* ткани он истратил $\frac{3}{5}$ всех денег. Сколько стоит один метр ткани?

829. Вес муки составляет 0,7 веса выпеченного из неё хлеба. Сколько получится хлеба, если взять $3\frac{1}{2}$ *ц* муки? Сколько муки надо взять, чтобы выпечь 100 *кг* хлеба?

▼

830. Выполните действие:

а) $0{,}38 \cdot \frac{2}{19}$; в) $\frac{3}{8} \cdot 0{,}48$; д) $13.13 : 1\frac{2}{11}$;

б) $3{,}16 : \frac{4}{7}$; г) $0{,}169 : \frac{13}{14}$; е) $232{,}3 : 33\frac{2}{3}$.

831. Найдите значение дроби:

а) $\frac{4,2 \cdot 8,7}{2,9 \cdot 21}$; б) $\frac{5,25 \cdot 1\frac{1}{3}}{25 \cdot 8\frac{2}{5}}$; в) $\frac{8,4 \cdot 0,2}{0,36}$.

832. В одном баке 840 *л* воды, а в другом $\frac{4}{7}$ того, что в первом. Из первого бака выливают в час в 3 раза больше воды, чем из второго. Через 5 *ч* в первом баке остаётся на 40 *л* меньше воды, чем во втором. Сколько литров воды выливают в час из каждого бака?

833. Найдите четыре числа, каждое из которых, начиная со второго, на 7 больше своего предыдущего, если среднее арифметическое этих чисел 25,5.

834. Найдите значение выражения:

а) $(2,2)^2+(-0,2)^2$; б) $(-0,2+0,1)^2$.

835. Решите уравнение:

$-6 \cdot (2x-3)+2 \cdot (4-3x)=5$.

66. Выражение, записанное в виде дроби.

Выражение вида $\frac{a}{b}$, где черта дроби означает знак деления, называют дробью с числителем a и знаменателем b. Например, выражение $\frac{7,2 : 5}{3\frac{1}{2}}$ есть дробь. Числитель дроби равен частному $7,2 : 5$, а знаменатель — смешанному числу $3\frac{1}{2}$.

Так как выражение $\frac{a}{b}$ есть частное, то к нему можно применить основное свойство частного. Напомним его:

Если делимое и делитель умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю, то значение частного не изменится.

Пример 1. Найдём значение выражения $\frac{7,35}{3,15}$. Умножим числитель и знаменатель на 100, получим обыкновенную дробь $\frac{735}{315}$. Сократим её и исключим целую часть:

$$\frac{7,35}{3,15}=\frac{735}{315}=\frac{147}{63}=\frac{49}{21}=\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}.$$

Пример 2. Найдём значение выражения $\dfrac{3\frac{1}{2}}{1\frac{2}{3}}$. Умножим числитель и знаменатель на 6, получим:

$$\frac{3\frac{1}{2}}{1\frac{2}{3}} = \frac{18+3}{6+4} = \frac{21}{10} = 2{,}1.$$

836. Найдите значение выражения:

а) $\dfrac{3{,}2}{12{,}8}$; в) $\dfrac{8{,}4}{2{,}4}$; д) $\dfrac{2\frac{3}{10}}{1\frac{4}{5}}$;

б) $\dfrac{1{,}2}{0{,}15}$; г) $\dfrac{1\frac{1}{3}}{2\frac{1}{6}}$; е) $\dfrac{5\frac{1}{2}}{1\frac{3}{5}}$.

837. Выполните действия:

а) $1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\frac{1}{3}}}$; б) $3+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{3+\frac{1}{2}}}$.

838. Найдите значение выражения:

а) $\dfrac{2{,}4\cdot 12{,}6\cdot 3{,}5}{6{,}3\cdot 4{,}8\cdot 31{,}5}$; в) $\dfrac{8{,}4\cdot 2\frac{1}{2}\cdot 12{,}1}{1{,}25\cdot 4\cdot 1{,}1}$;

б) $\dfrac{1{,}7\cdot 4{,}92\cdot 7{,}2}{4{,}8\cdot 0{,}82\cdot 5{,}1}$; г) $\dfrac{2\frac{1}{3}\cdot 1\frac{1}{7}\cdot 1\frac{1}{5}}{3\frac{3}{5}\cdot 4\frac{2}{3}\cdot 5\frac{5}{7}}$.

839. Выполните действия:

а) $\dfrac{0{,}2\cdot\left(6{,}2:0{,}31-\frac{5}{6}\cdot 0{,}9\right)}{2+1\frac{4}{11}\cdot 0{,}22:0{,}1}$; б) $\dfrac{\left(1{,}75\cdot\frac{2}{5}+1{,}75:1\frac{1}{8}\right)\cdot 1\frac{5}{7}}{\left(\frac{17}{40}-0{,}325\right):\frac{1}{5}\cdot 0{,}4}$.

840. Найдите значение выражения:

а) $19{,}6 \cdot 2\frac{1}{2} - \left(2{,}0625 - 1\frac{5}{12}\right) : \frac{1}{8}$;

б) $\frac{5}{16} : 0{,}125 + 1{,}456 : \frac{7}{25} + 4{,}5 \cdot \frac{4}{5}$;

в) $\left(9\frac{3}{20} - 1{,}24\right) : 2\frac{1}{3} + \left(\frac{3}{4} + 2\frac{5}{8}\right) : 0{,}625$;

г) $\left(6\frac{1}{16} - 1{,}0625\right) \cdot 4\frac{1}{5} - \left(5{,}09375 - 2\frac{3}{32}\right) : 3\frac{2}{3}$;

д) $45{,}09 : 1{,}5 - \left(2\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{2} - 2{,}5 \cdot 2\frac{1}{2}\right) : 4\frac{1}{4}$;

е) $\left(5{,}05 : \frac{1}{40} - 2{,}8 \cdot \frac{5}{6}\right) \cdot 3 + 16 \cdot 0{,}1875$.

841. Решите уравнение:

а) $2\frac{5}{9} \cdot \left(3\frac{2}{3}x - 1{,}2\right) - 3{,}6 = 1$;

б) $2\frac{1}{4} \cdot (16 - 9{,}12 : x) + 2\frac{8}{15} = 4\frac{1}{3}$.

842. Из двух сёл, расстояние между которыми 21 *км*, вышли одновременно навстречу друг другу мужчина и женщина. При встрече оказалось, что мужчина прошёл в $1\frac{1}{3}$ раза больше, чем женщина. Через сколько часов после выхода они встретились, если скорость мужчины была $6\frac{км}{ч}$? С какой скоростью шла женщина?

843. Теплоход проходит за 15 *ч* против течения столько же, сколько за 13 *ч* по течению. Найдите скорость течения, если собственная скорость теплохода $70\frac{км}{ч}$.

844. Катер прошёл от одной пристани до другой 240 *км* и вернулся обратно. Найдите среднюю скорость катера на всём пути, если его собственная скорость $18\frac{км}{ч}$, а скорость течения $2\frac{км}{ч}$.

845. Путь от A до B автомобиль прошёл со скоростью $40\frac{км}{ч}$, а путь от B до C — со скоростью $60\frac{км}{ч}$. С какой средней скоростью прошёл автомобиль путь от A до C, если:

а) $AB = BC$; б) $AB = 2BC$?

846. Расстояние между городами A и B равно 450 *км*. Из A в B вышла грузовая машина. Два часа спустя навстречу ей из B вышла легковая машина. Скорость грузовой машины $60\frac{км}{ч}$, а скорость легковой в $1\frac{1}{2}$ раза больше. Через сколько часов после своего выхода легковая машина встретит грузовую?

847. От причала вниз по реке отправили плот, который двигался со скоростью $4\frac{км}{ч}$. Через 3 *ч* вслед за ним вышла лодка. Её собственная скорость $9\frac{км}{ч}$. На каком расстоянии от причала лодка догонит плот?

848. Три сазана весят 10,8 *кг*. Вес третьего сазана равен 50 % веса первого, вес второго сазана в $1\frac{1}{5}$ раза больше веса первого. Найдите вес каждого сазана.

849. Три сома весят 113 *кг*. Вес первого составляет $\frac{4}{5}$ веса второго, вес второго равен 70 % веса третьего. Найдите вес каждого сома.

850. Велосипедист и пешеход одновременно отправились навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 62 *км*. При встрече оказалось, что пройденный пешеходом путь составляет $\frac{11}{20}$ пути, проделанного велосипедистом. Сколько часов был в пути велосипедист до встречи с пешеходом, если его скорость была на $4{,}5\frac{км}{ч}$ больше, чем скорость пешехода?

851. На сколько процентов изменится площадь прямоугольника с измерениями 30 *см* и 20 *см*, если бóльшую сторону увеличить на 10 %, а меньшую уменьшить на 10 %? Есть ли лишние данные в условии задачи?

852. После первого усовершенствования производительность станка возросла на 10 %, а после второго усовершенствования — ещё на 10 %. На сколько процентов возросла производительность станка в результате двух усовершенствований?

853. Два кузнеца, работая вместе, могут выполнить некоторую работу за 8 дней. За сколько дней второй кузнец может выполнить эту работу один, если первый кузнец её выполняет за 12 дней?

854. Две машины убирают снег за 6 *ч*. Однажды, после 3 *ч* совместной работы, первую машину отправили в другой район города, а оставшаяся машина закончила уборку за 5 *ч*. За сколько часов каждая машина отдельно может выполнить всю работу?

855. Сумма двух чисел 177. При делении большего из них на меньшее в частном получается 3 и в остатке 9. Найдите эти числа.

856. Площадь двух участков, засеянных кукурузой, равна 60 *га*. На одном участке с каждого гектара собрали 85 *т* зелёной массы, а на втором — 95 *т*. С первого участка собрали на 1500 *т* больше, чем со второго. Найдите площадь каждого участка.

857. В одной силосной яме 110 *т* силоса, а в другой 130 *т*. После того как из второй ямы взяли силоса в два раза больше, чем из первой, в первой осталось на 5 *т* больше, чем во второй. Сколько тонн силоса взяли из каждой ямы?

858. Разность двух чисел 72. Найдите эти числа, если 4,5 % одного из них равны 8,5 % другого.

859. Выполните действия:

а) $\left(12-11\frac{4}{9}\right)\cdot 55{,}8-5\frac{4}{5}:(10-8{,}75)$;

б) $(204{,}12:40{,}5-3{,}2\cdot 1{,}2)\cdot 6\frac{1}{2}+7:2\frac{1}{3}$;

в) $\left(6\frac{3}{5}:6-8{,}016\cdot 0{,}125+\frac{2}{15}\cdot 0{,}03\right)\cdot 2\frac{3}{4}$.

860. Найдите значение выражения:

а) $\left(\frac{1}{14}-\frac{2}{7}\right):(-3)-6\frac{1}{13}:\left(-6\frac{1}{13}\right)$;

б) $\left(7-8\frac{4}{5}\right)\cdot 2\frac{7}{9}-15:\left(\frac{1}{8}-\frac{3}{4}\right)$;

в) $(-2{,}09:1{,}1+4{,}5)\cdot\left(-\frac{5}{8}\right)-4{,}32-3{,}68$.

861. Найдите значение выражения:

а) $-(4{,}7m+2{,}8n-5{,}7m)-3{,}7n$, если $m=-0{,}01$; $n=-0{,}1$;

б) $1-(0{,}2x-0{,}4y-0{,}5)-0{,}4y$, если $x=-4$; $y=-7{,}7$.

862. Решите уравнение:

а) $\left(\frac{25}{72}x-\frac{9}{11}\right)-\left(\frac{3}{8}x+\frac{5}{9}\right)=\frac{7}{99}$;

б) $\left(1{,}46-\frac{1}{5}x\right)-\left(0{,}86-\frac{2}{9}x\right)=1$.

863. Три пионерских отряда собрали $85\frac{1}{2}$ *кг* семян дуба. Вес семян, собранных первым отрядом, составляет 75% веса семян, собранных вторым отрядом. Вес семян, собранных третьим отрядом, составляет 110% веса семян, собранных вторым отрядом. Сколько килограммов семян собрал каждый отряд?

864. За день турист прошёл часть намеченного пути; $\frac{2}{3}$ пройденного пути в 3,5 раза меньше оставшегося. Найдите длину оставшейся части пути, если длина всего пути 60 *км*.

865. 2,4 *т* картофеля при сушке потеряли в своём весе столько, что 50% потерянного веса в 1,5 раза больше оставшегося. Найдите вес картофеля после сушки.

866. Трактористы должны вспахать поле, площадь которого 240 *га*. За два дня работы они вспахали столько, что 80% вспаханной части в $2\frac{1}{2}$ раза меньше оставшейся. За сколько дней трактористы вспашут поле?

867. С каждого гектара собрали 35 *ц* пшеницы. При размоле пшеница даёт 90% муки. При выпечке хлеба получается 40% припёка. Сколько хлеба получится из пшеницы, собранной с 5,5 *га*?

868. Два колхоза обрабатывают вместе 720 *га* земли. Площадь, которую обрабатывает первый колхоз, составляет 80% площади, которую обрабатывает второй колхоз. Сколько гектаров земли обрабатывает каждый колхоз?

869. Миша и Коля имели 28 руб. Когда Миша потратил 75% своих денег, а Коля $\frac{2}{3}$ своих, то денег у них осталось поровну. Сколько денег было у каждого мальчика?

870. Грузовая и легковая машины выехали одновременно навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 169 *км*. При встрече оказалось, что путь, пройденный грузовой машиной, составляет $\frac{5}{8}$ пути, пройденного легковой ма-

шиной. Сколько километров проехала каждая машина до встречи?

871. Урожай с поля был убран комбайном за четыре дня. За первый день комбайн убрал 20% урожая, за второй 40% остатка, а площадь, убранная в четвёртый день, была больше площади, убранной в третий день, в 1,4 раза. Какую площадь убрал комбайн за каждый из 4 дней, если площадь всего поля 75 *га*?

§ 15. ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ. ПЛОЩАДИ ТРЕУГОЛЬНИКА И КРУГА.

67. Площадь треугольника.

Возьмём два равных прямоугольных треугольника с катетами 3 *см* и 5 *см* (рис. 86). Из них можно сложить прямоугольник со сторонами 3 *см* и 5 *см* (рис. 87). Площадь этого прямоугольника равна $3 \cdot 5$ *см*^{2}. Площадь же одного прямоугольного треугольника равна половине площади прямоугольника, то есть $\frac{3 \cdot 5}{2}$ *см*^{2}.

Так как 3 и 5 — длины катетов прямоугольного треугольника, то ***площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения длин его катетов.*** Если обозначить буквами a и b длины катетов, а буквой S площадь, то это правило можно записать в виде формулы:

$$S = \frac{a \cdot b}{2},$$

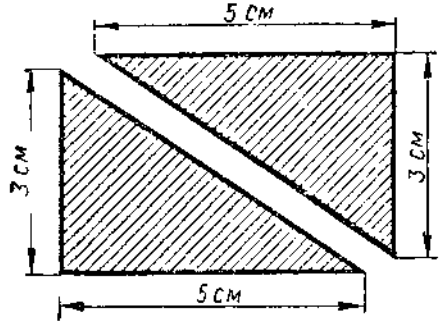


Рис. 86.

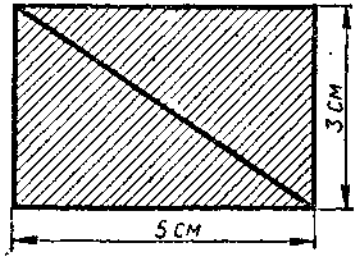


Рис. 87.

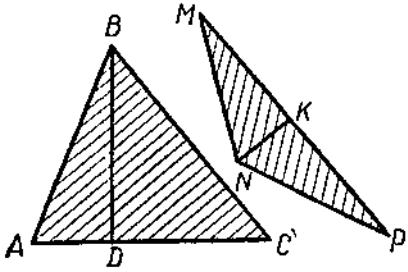


Рис. 88.

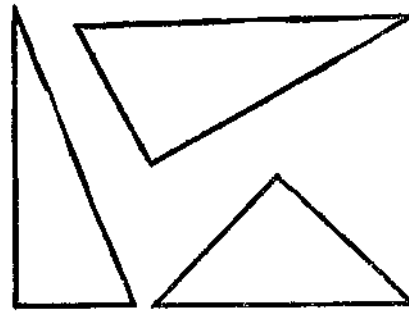


Рис. 89.

Любой остроугольный или тупоугольный треугольник можно разбить на два прямоугольных треугольника (рис. 88). Найдя площади прямоугольных треугольников, можем вычислить площадь остроугольного или тупоугольного треугольника.

872. Измерьте в сантиметрах катеты прямоугольных треугольников, изображённых на рисунке 89, и найдите их площади.

873. Вычислите площадь прямоугольного треугольника, катеты которого равны:

а) 17 *см* и 28 *см*;

б) 20 *м* и 1,9 *м*;

в) 5,4 *дм* и 0,6 *дм*;

г) $2\frac{4}{5}$ *м* и $2\frac{1}{2}$ *м*.

874. Найдите площадь прямоугольного треугольника, координаты вершин которого (0; 0), (0; 4), (6; 0).

875. Найдите по формуле площади прямоугольного треугольника длину катета b, если $a = 7{,}2$ *см*, $S = 9$ *см*^{2}.

876. Найдите площади треугольника ABC и треугольника MNP (см. рис. 88).

877. Начертите треугольник со сторонами 5,4 *см*; 2,8 *см* и 3,6 *см*. Вычислите площадь этого треугольника, разбив его на два прямоугольных треугольника.

878. Начертите треугольник ABC так, чтобы $AB = 5$ *см*; $BC = 6$ *см* и $AC = 7$ *см*. Сколькими способами можно разбить этот треугольник на два прямоугольных треугольника? Найдите тремя способами площадь треугольника ABC.

879. Найдите площадь треугольника MPK, в котором $\angle P = 90°$; $MP = 8{,}6$ *дм*, $PK = 5{,}7$ *дм*.

880. Вырежьте из бумаги остроугольный, прямоугольный и тупоугольный треугольники. Выполните необходимые измерения и вычислите площади этих треугольников.

881. Решите уравнение $3 \cdot \left(2\frac{1}{2}a - 0{,}2\right) - 15\frac{1}{15} = 8 - \left(\frac{2}{3} - 0{,}5\,a\right)$.

68. Длина окружности.

Периметр квадрата со стороной 1 *см* равен 4 *см*, со стороной 2 *см* равен 8 *см*, а со стороной a равен $4a$. Таким образом, периметр квадрата со стороной a в a раз больше периметра квадрата со стороной 1.

Точно так же длина окружности с диаметром 2 *см* в 2 раза больше длины окружности с диаметром 1 *см*, а периметр окружности с диаметром d в d раз больше длины окружности с диаметром 1. Длину окружности с диаметром 1 обозначают греческой буквой π (читается «пи»). Значит, длина окружности C равна πd. Получаем формулу:

$$C = \pi d.$$

Так как диаметр окружности в 2 раза больше её радиуса, то длина окружности с радиусом r равна $2\pi r$. Получаем другую формулу для длины окружности:

$$C = 2\pi r.$$

Число π выражается бесконечной десятичной дробью:

$$\pi = 3{,}14159\ldots$$

882. Вычислите по формуле $C = 2\pi r$ длину окружности, радиус которой равен 24 *см*; 4,7 *дм*; 18,5 *м*. Число π округлите до сотых.

883. Найдите по формуле $C = 2\pi r$ радиус окружности, длина которой равна 8,5 *м*; 5,6 *дм*. Результат округлите до десятых, а число π округлите также до десятых.

884. Радиус земного экватора равен 6378 *км*. Найдите длину экватора.

885. Найдите длину окружности, диаметр которой равен 26 *см*; 6,2 *км*.

886. Выполните необходимые измерения и найдите длину половины окружности, изображённой на рисунке 90.

Рис. 90

▼

887. С помощью тонкой нити измерьте длину какой-нибудь окружности (на стакане, на ведре, на мяче). Разделите длину окружности на длину диаметра. Сравните частное с числом π.

888. Найдите длину окружности, если её радиус равен 36 *см*; 0,4*м*; 125 *км*.

889. Диаметр колеса тепловоза равен 180 *см*. За 2,5 *мин* колесо сделало 500 оборотов. С какой скоростью идёт тепловоз?

69. Площадь круга.

Площадь квадрата со стороной 2 *см* равна 4 $см^2$. Она в 4 раза больше площади квадрата со стороной 1 *см*. Площадь квадрата со стороной 3 *см* в 9 раз больше площади квадрата со стороной 1 *см*.

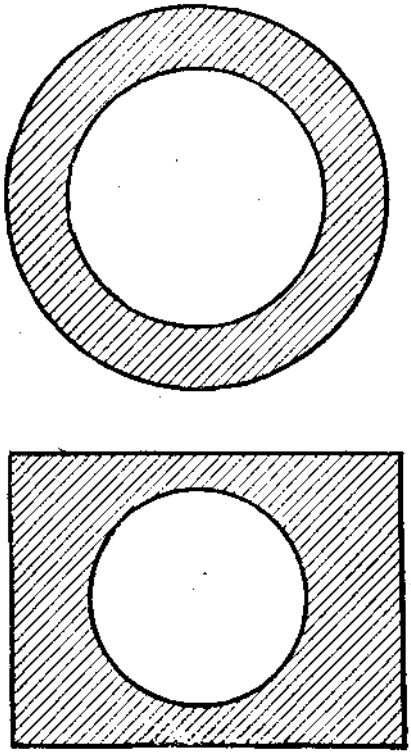


Рис. 91.

Точно так же площадь круга с радиусом 2 *см* в 4 раза больше площади круга с радиусом 1 *см*, площадь круга с радиусом a в a^2 раз больше площади круга с радиусом 1.

Математики доказали, что площадь круга с радиусом 1 равна π. Значит, площадь круга с радиусом r равна πr^2. Получается, что площадь круга S равна πr^2:

$$S = \pi r^2.$$

890. Найдите площадь круга, радиус которого равен 5 *см*; 6,3 *дм*; 4,7 *м*; 8,1 *км*.

891. Окружность арены в цирке имеет длину 40,8 *м*. Найдите площадь арены.

892. Выполните измерения и вычислите площадь каждой заштрихованной фигуры (рис. 91).

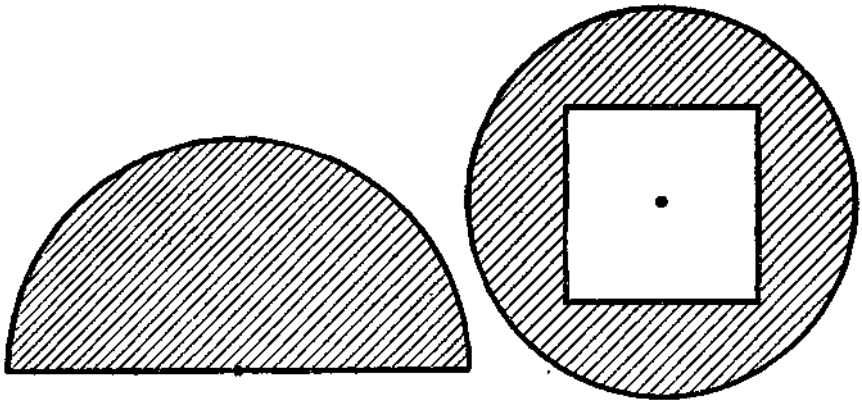


Рис. 92.

▼

893. Выполните измерения и вычислите площадь каждой заштрихованной фигуры (рис. 92).

894. Пароход прошёл по течению реки 16,62 *км* за $\frac{3}{4}$ *ч*, а против течения 14,4 *км* за 0,8 *ч*. Найдите скорость парохода в стоячей воде.

Глава IV.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОСТРОЕНИЯ.

§ 16. ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ.

70. Инструменты для геометрических построений.

С выполнением некоторых геометрических построений мы уже познакомились в IV классе. *В геометрии построения выполняют с помощью линейки, циркуля, угольника и транспортира.*

С помощью линейки можно провести прямую через две заданные точки (рис. 93). С помощью циркуля можно провести окружность, если заданы её центр и радиус (рис. 94). С помощью угольника можно провести перпендикуляр через данную точку к данной прямой (рис. 95). С помощью транспортира строят углы (рис. 96).

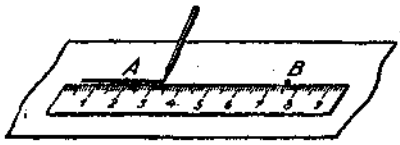


Рис. 93.

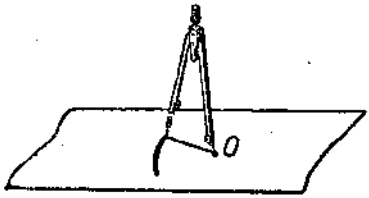


Рис. 94.

С помощью линейки, циркуля, угольника и транспортира можно выполнять и другие построения. Например, циркуль применяют для того, чтобы отложить на прямой от точки C отрезок, равный данному отрезку AB. Для этого устанавливают раствор циркуля так, чтобы его концы ока-

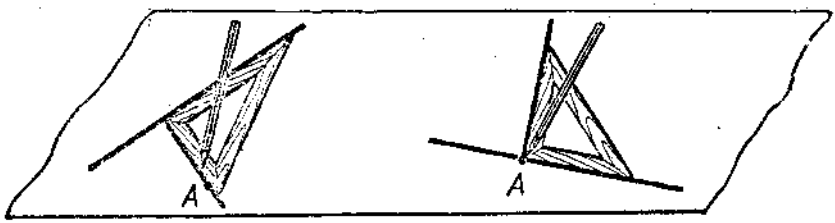


Рис. 95.

зались в точках A и B, а потом один из концов ставят в точку C и проводят окружность. Она пересекает прямую в двух точках D и E (рис. 97). Отрезки CD и CE равны отрезку AB.

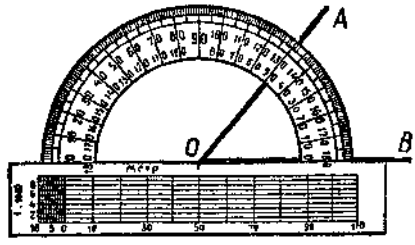


Рис. 96.

895. Проведите луч OM и отложите на нём один за другим отрезки OA, AB, CD и BC, равные отрезкам, изображённым на рисунке 98.

896. Отметьте в тетради 5 точек, как на рисунке 99, и соедините их последовательно отрезками AB, BC, DE, CD, EA. Измерьте углы ABC и CDE пятиугольника $ABCDE$.

897. Постройте прямоугольник $ABCD$ и проведите отрезки AC и BD (диагонали прямоугольника). Обозначьте буквой O точку пересечения диагоналей. Начертите окружность с центром в точке O и радиусом, равным отрезку OA. Проверьте, что эта окружность проходит через точки B, C и D.

898. Начертите прямую AB и возьмите точку C, не лежащую на этой прямой. С помощью угольника проведите через точку C

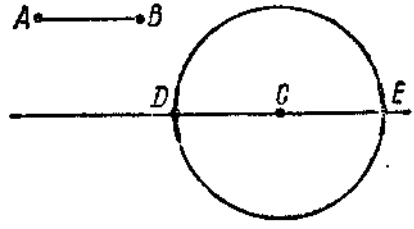


Рис. 97.

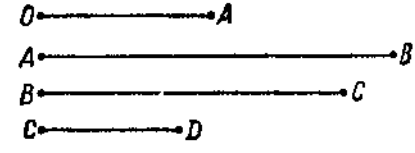


Рис. 98.

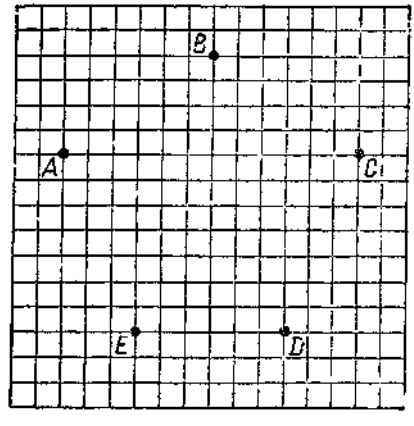


Рис. 99.

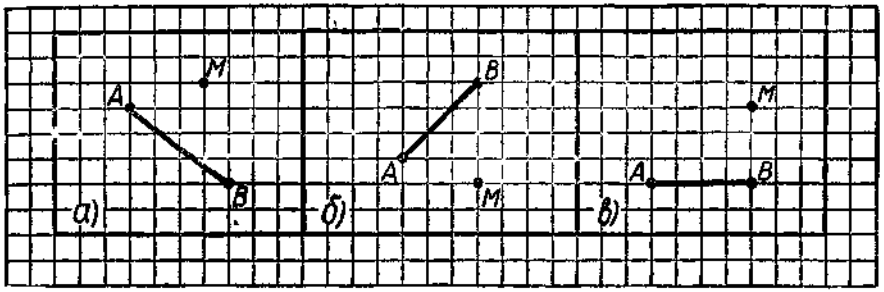


Рис. 100.

прямую, перпендикулярную прямой AB. Обозначьте точку пересечения прямых буквой K. Возьмите на прямой AB ещё две точки D и E и измерьте отрезки CK, CD и CE. Сделайте вывод о длинах отрезков CD, CE и CK.

899. Начертите прямую AB и возьмите точку C, не лежащую на этой прямой. Найдите на прямой AB точку, расположенную ближе всего к точке C.

900. Перечертите в тетрадь рисунок 100. Проведите перпендикуляры к отрезку AB через точку M.

901. Разделите с помощью транспортира окружность на 5 равных частей и постройте пятиконечную звезду.

▼

902. Начертите в тетради отрезок и перпендикуляр к нему так, чтобы они пересекались: а) в какой-то внутренней точке отрезка; б) в одном из концов отрезка.

903. Постройте квадрат $ABCD$, сторона которого равна 2 *см*. Приняв по очереди вершины A и C за центр, проведите 2 окружности радиусами, равными 2 *см*.

904. Постройте квадрат $ABCD$, сторона которого 4 *см*. Приняв по очереди каждую вершину за центр, проведите 4 окружности радиусами, равными 2 *см*.

905. Постройте квадрат $ABCD$, сторона которого 4 *см*. Постройте 4 окружности, диаметрами которых служат отрезки AB, BC, CD и DA.

906. Постройте окружность, радиус которой 4 *см*. С помощью транспортира разделите её на 6 равных частей. Соедините отрезками по порядку все точки деления.

71. Взаимное расположение прямой и окружности.

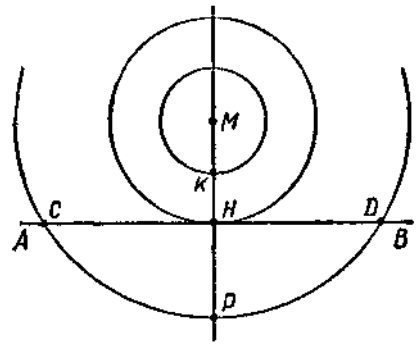


Рис. 101.

На рисунке 101 изображены прямая AB и точка M, не лежащая на этой прямой. Проведём через точку M прямую, перпендикулярную прямой AB. Она пересечёт прямую AB в точке H.

Длина отрезка MH — расстояние от точки M до прямой AB. Поэтому окружность с центром в точке M и проходящая через точку H (см. рис. 101) не имеет с прямой AB других общих точек, кроме точки H. *Прямая AB называется касательной к окружности.* Она касается окружности в точке H.

Отметим на луче MH ещё точки K и P. *Окружность с центром в точке M и радиусом MK не пересекается с прямой AB, потому что отрезок MK короче отрезка MH* (см. рис. 101). *А окружность с центром в точке M, проходящая через точку P, пересекает прямую AB в двух точках C и D* (см. рис. 101). Расстояние от точки M до точек C и D равно длине отрезка MP.

907. Возьмите прямую AB и точку C, находящуюся от неё на расстоянии 3 *см*. Найдите на прямой AB точки, удалённые от точки C на 5 *см*. Измерьте расстояние найденных точек от основания перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.

908. Постройте прямую AB и точку C, удалённую от прямой на 3 *см*. Найдите на прямой точку, удалённую от точки C на 3 *см*.

909. Точка C находится на расстоянии 6 *см* от прямой AB. Есть ли на прямой AB точки, удалённые от точки C на 4 *см*, на 5 *см*, на 6 *см*, на 8 *см*?

910. Точка C находится от прямой AB на расстоянии 12 *см*. Будет ли окружность с центром в точке C и радиусом, равным a *см*, пересекать прямую AB, если:

а) $a = 1$ *см*; б) $a = 4$ *см*; в) $a = 17$ *см*; г) $a = 200$ *см*?

911. Постройте угол ABC, меньший развёрнутого. Возьмите внутри угла точку M и проведите окружность с центром в точке M так, чтобы она пересекала обе стороны угла. Выберите точку P так, чтобы можно было построить окружность с центром в точке P, пересекающую одну сторону угла и не пересекающую другую его сторону.

912. Начертите окружность, возьмите точку A, лежащую на окружности, и точку B вне окружности. Проведите через точки A и B касательные к окружности. Можно ли провести касательную к окружности через точку C, лежащую внутри окружности?

913. Начертите две непересекающиеся окружности. Проведите прямую, которая была бы касательной к обеим окружностям. Сколько таких касательных можно провести к двум непересекающимся окружностям?

914. Начертите квадрат $ABCD$ со стороной 4 *см*. Проведите в нём диагонали AC и BD, точку их пересечения обозначьте буквой O. Постройте на сторонах квадрата точки, удалённые от точки O на расстояние, равное 2,5 *см*.

915. Постройте квадрат со стороной 4 *см* и проведите окружность, касающуюся всех его сторон.

▼

916. Начертите окружность, радиус которой 3 *см*, и отметьте точку M, лежащую на окружности. Проведите через точку M: а) прямую MH, пересекающую окружность; б) прямую MK, не пересекающую окружность; в) прямую MP, касающуюся окружности.

917. Начертите окружность и выберите точки A и B вне этой окружности так, чтобы прямая AB пересекала окружность.

918. Постройте прямоугольник со сторонами 6 *см* и 8 *см* и проведите окружность, проходящую через все вершины прямоугольника. Измерьте радиус этой окружности.

919. Постройте окружность, радиус которой 4 *см*, и проведите через её центр две взаимно перпендикулярные прямые AB и CD. Они пересекают окружность в точках A, C, B и D. Сравните длины отрезков AC, CB, BD и DA.

72. Построение равных фигур.

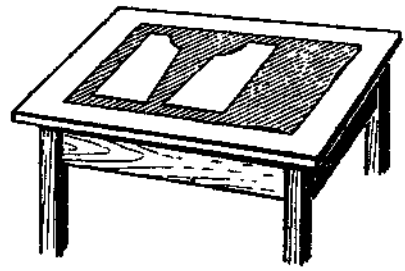


Рис. 102.

Часто бывает нужно построить фигуру, равную данной. Например, на швейной фабрике сначала для каждой части платья или костюма делают выкройки, а потом накладывают эти выкройки на материал и вырезают из него куски, равные выкройке (рис. 102). Из этих кусков потом шьют платья или костюмы.

Чтобы перенести узор с одного листа бумаги на другой лист или на кусок материи, можно пользоваться копировальной бумагой. На чистый лист бумаги кладут лист копировальной бумаги, а на него лист бумаги с узором. Потом карандашом обводят узор и на чистом листе получается его изображение.

Если узор состоит из отрезков, достаточно перенести концы отрезков, а потом соединить их с помощью линейки. Концы отрезков можно перенести и без копировальной бумаги, прокалывая лист иглой, булавкой или остриём циркуля. Если в узор входит окружность, то достаточно перенести её центр и провести окружность данного радиуса с центром в полученной точке.

920. На отдельном листе бумаги начертите квадрат. Вырежьте этот квадрат, наложите его на лист бумаги и обведите.

921. На отдельном листе бумаги начертите четырёхугольник. С помощью копировальной бумаги переведите этот рисунок в тетрадь.

922. На отдельном листе бумаги начертите треугольник. С помощью острия циркуля и линейки постройте в тетради равный ему треугольник.

▼

923. На отдельном листе бумаги начертите окружность. Вырежьте круг, наложите его на лист бумаги и обведите. Как проще построить окружность, равную данной?

924. На отдельном листе бумаги постройте пятиконечную звезду. Постройте в тетради равную ей звезду.

73. Сумма углов треугольника.

Треугольник, имеющий один прямой угол, называют **прямоугольным треугольником**. Стороны, образующие прямой угол, называют **катетами**, а сторону, лежащую против прямого угла, — **гипотенузой** (рис. 103).

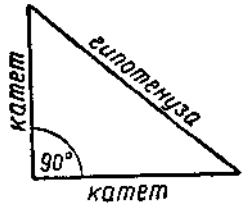


Рис. 103.

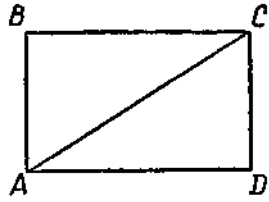


Рис. 104.

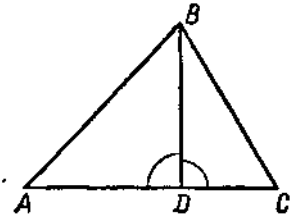


Рис. 105.

Сумма углов прямоугольника $ABCD$ (рис. 104) равна: $90° \cdot 4 = 360°$. Отрезок AC разбивает его на два равных прямоугольных треугольника ABC и ADC. Значит, сумма углов каждого из этих треугольников равна: $360° : 2 = 180°$. Сумма углов прямоугольного треугольника равна 180°.

Любой треугольник ABC (рис. 105) можно разбить на два прямоугольных треугольника ADB и CDB. Сумма всех углов этих прямоугольных треугольников равна: $180° \cdot 2 = 360°$. Но сумма прямых углов ADB и CDB равна: $90° \cdot 2 = 180°$. Значит, на сумму углов A, B и C остаётся: $360° - 180° = 180°$.

Сумма углов любого треугольника равна 180°.

925. На рисунке 106 изображены треугольники. Какие из них являются прямоугольными? Назовите для прямоугольных треугольников катеты и гипотенузы.

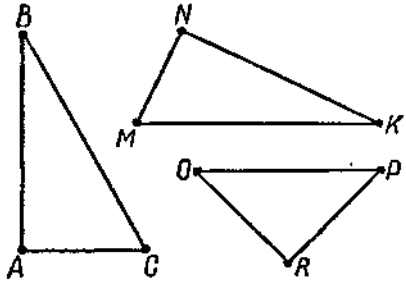


Рис. 106.

926. Найдите третий угол треугольника, если один его угол равен 35°, а другой 105°.

927. Существует ли треугольник с углами: а) 80°, 55° и 55°; б) 110°, 30° и 40°; в) 63°, 27° и 70°?

928. Могут ли в треугольнике быть: а) два тупых угла; б) один прямой и один тупой угол; в) один тупой и один острый?

929. В треугольнике все углы равны между собой. Чему равен каждый из этих углов?

930. Докажите, что сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90°.

931. Один из углов прямоугольного треугольника равен 32°. Чему равен второй острый угол этого треугольника?

932. Один из углов треугольника больше другого на 42°, третий угол равен 18°. Чему равны два первых угла треугольника?

933. В треугольнике ABC угол A больше угла B в 2 раза, а угол C больше угла B на 40°. Чему равны углы треугольника ABC?

▼

934. Найдите угол B треугольника ABC, если $\angle A=75°$ и $\angle C=45°$.

935. В прямоугольном треугольнике один из острых углов больше другого в два раза. Чему равны острые углы этого треугольника?

936. Угол A в треугольнике ABC больше угла B на 40°, а угол C больше угла A на 10°. Найдите углы этого треугольника.

937. Сумма двух углов треугольника равна третьему углу. Докажите, что этот треугольник прямоугольный.

74. Параллельные прямые.

Если на плоскости проведены две различные прямые, то они могут или пересекаться в одной точке (рис. 107), или не пересекаться (рис. 108). ***Две прямые, которые совпадают или лежат в одной плоскости и не имеют общих точек, называются параллельными прямыми.*** На рисунке 108 прямая AB параллельна прямой CD. Кроме того, прямая AB параллельна сама себе. Это записывают так: $AB \parallel CD$; $AB \parallel AB$.

Отрезки, лежащие на параллельных прямых, называются параллельными отрезками (рис. 109). Параллельные от-

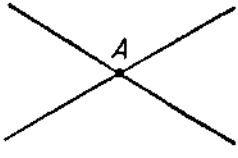


Рис. 107.

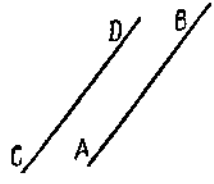


Рис. 108.

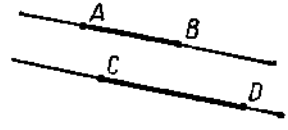


Рис. 109.

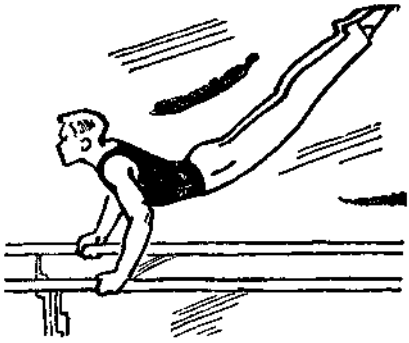


Рис. 110.

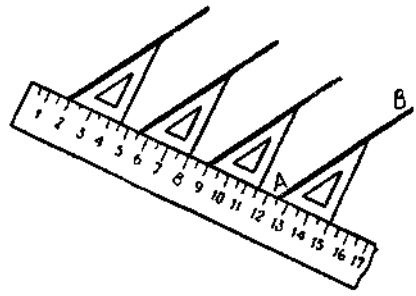


Рис. 111.

резки часто встречаются в жизни. Например, спортивный снаряд, изображённый на рисунке 110, называют параллельными брусьями.

В любом прямоугольнике противоположные стороны параллельны друг другу.

Параллельные прямые строят с помощью линейки и чертёжного угольника. Для этого проводят прямую AB и к ней прикладывают чертёжный угольник. К другой стороне угольника прикладывают линейку. Треугольник сдвигают вдоль линейки и чертят прямые, параллельные прямой AB (рис. 111). Для построения параллельных прямых применяют и другие инструменты: например, рейсшину (рис. 112) — линейку с планкой, которая скользит вдоль края чертежной доски (рис. 113).

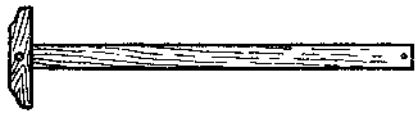


Рис. 112.

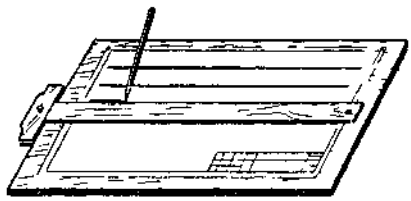


Рис. 113.

Через каждую точку на плоскости можно провести только одну прямую, параллельную заданной прямой (рис. 114).

Отрезки AB и CD на рисунке 115 параллельны друг другу. Стрелки на них направлены в одну и ту же сторону. Говорят, что эти от-

резки имеют одно и то же направление. А отрезки AB и EK на том же рисунке параллельны, но стрелки на них направлены в противоположные стороны. Говорят, что эти отрезки имеют противоположное направление. Если задано направление отрезка, то первой пишут его начальную точку, а второй — конечную. На рисунке 116 изображены направленные отрезки AB, CD, EK, TH.

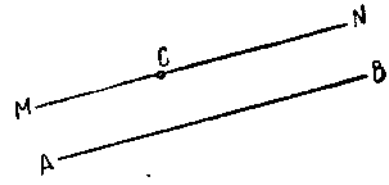


Рис. 114.

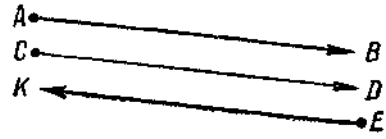


Рис. 115.

938. Приведите примеры параллельных отрезков из окружающей обстановки (в классе, на железной дороге и т. д.).

939. Проведите пять параллельных между собой прямых.

940. Начертите в тетради прямую AB и две точки C и D по разные стороны от прямой AB. Проведите через точки C и D прямые, параллельные прямой AB.

941. Постройте прямоугольник $ABCD$. Проведите через вершины B и D прямые, параллельные прямой AC.

942. Найдите с помощью угольника и линейки на рисунке 117 все пары параллельных прямых.

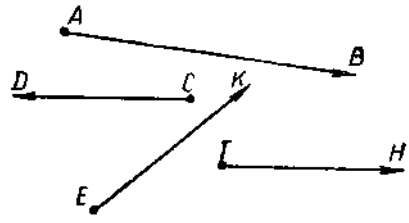


Рис. 116.

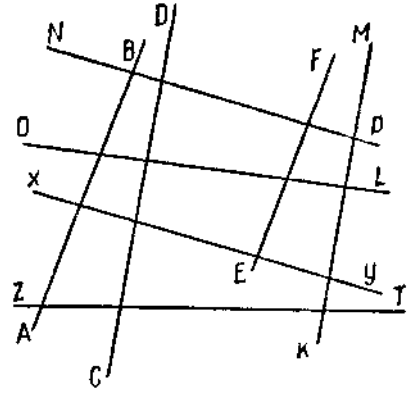


Рис. 117.

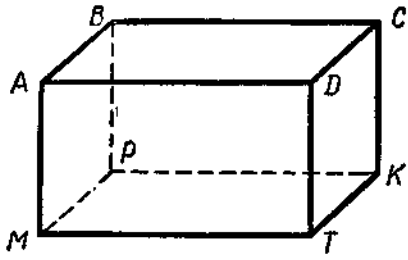


Рис. 118.

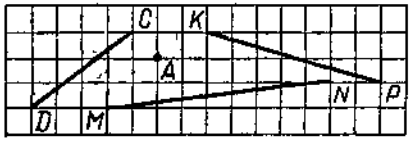


Рис. 119.

943. На рисунке 118 изображён прямоугольный параллелепипед. Какие из его рёбер параллельны ребру PK? Параллельны ли рёбра AD и BP? Как попасть из точки M в точку C, пройдя лишь три ребра? Параллельны ли друг другу какие-нибудь два участка этого пути?

944. Перечертите рисунок 119 в тетрадь. Проведите через точку A прямые, параллельные прямым CD, KP, MN.

945. Отметьте в тетради точки A, B, C и D. Проведите через эти точки прямые, параллельные прямой AB.

946. Постройте направленный отрезок AB длиной 3 *см* и возьмите точку C вне этого отрезка. Постройте отрезок CD, равный по длине отрезку AB и одинаково направленный с этим отрезком, а также отрезок CE, равный по длине отрезку AB, но направленный в противоположную сторону.

947. Постройте треугольник ABC. Укажите направленные отрезки AB, BC и CA. Проведите через точку C отрезок CD, равный по длине отрезку AB и одинаково направленный с этим отрезком.

948. Начертите треугольник ABC и проведите через каждую вершину прямую, параллельную противоположной стороне треугольника.

949. Постройте квадрат $ABCD$, сторона которого равна 2 *см*. Через вершины A и C проведите прямые, параллельные диагонали BD. Через вершины B и D проведите прямые, параллельные диагонали AC.

950. Начертите две параллельные прямые AB и PT, расстояние между которыми равно 2 *см*, и возьмите между этими прямы-

ми точку K. Постройте на прямых AB и PT точки, которые удалены от точки K на расстояние 2 *см*. Сколько решений имеет эта задача?

951. Начертите угол ABC, равный 50°. На стороне BC отметьте точки M, N и K. Проведите через эти точки прямые, параллельные стороне AB.

952. Постройте квадрат $ABCD$. Проведите через точку B отрезок BE, одинаково направленный с отрезком AC и имеющий с ним одинаковую длину.

75. Параллельный перенос фигуры.

Приложим угольник к линейке и обведём его (рис. 120). Потом сдвинем угольник вдоль линейки и снова обведём его. Получается два равных треугольника ABC и DEK. При сдвиге точка A перешла в точку D, точка B — в точку E и точка C — в точку K. Отрезки AD, BE и CK имеют одинаковую длину и направлены в одну и ту же сторону. Если взять любую точку H треугольника ABC и точку T, в которую перешла точка H при сдвиге, то окажется, что отрезки HT и AD имеют равную длину и одинаково направлены. Поэтому говорят, что треугольник DEK получился из треугольника ABC путём параллельного переноса на отрезок AD.

Вообще, пусть на плоскости изображены какая-то фигура F и отрезок AD (рис. 121). Сдвинем фигуру F в направлении отрезка AD. Это значит, что каждая точка H фигуры F переходит в такую точку T, что отрезки HT и AD имеют одинаковую длину и одинаково направлены. В результате сдвига получится новая фигура P, равная фигуре F. Говорят, что *новая фигура P получена из фигуры F параллельным переносом на отрезок AD.*

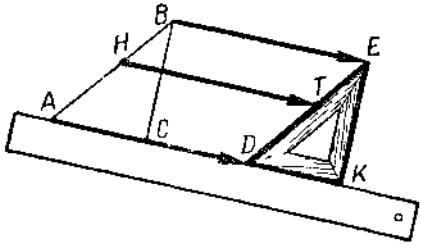


Рис. 120.

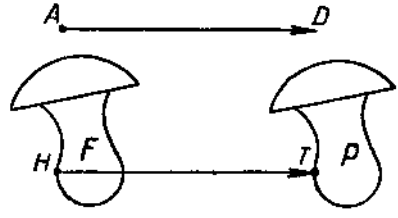


Рис. 121.

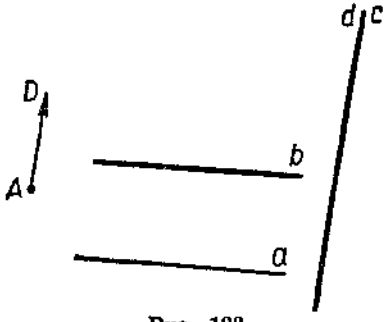


Рис. 122.

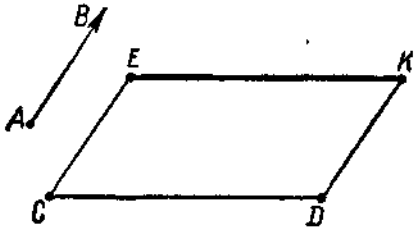


Рис. 123.

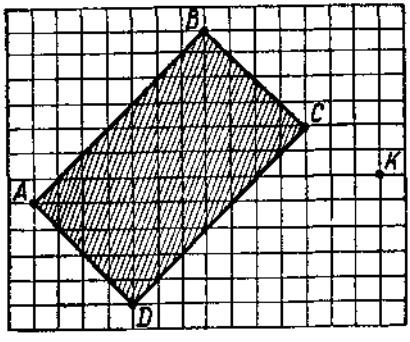


Рис. 124.

Параллельный перенос — это перемещение, при котором все точки фигуры перемещаются вдоль параллельных прямых на одно и то же расстояние и в одну и ту же сторону.

При параллельном переносе каждая прямая переходит в параллельную ей прямую (рис. 122).

При параллельном переносе каждая фигура переходит в равную ей фигуру: отрезок — в равный ему отрезок, окружность — в равную ей окружность и т. д.

З а д а ч а. Начертите отрезки AB и CD. Перенесите отрезок CD на отрезок AB.

Для решения отложим от точек C и D отрезки CE и DK, равные по длине отрезку AB и одинаково с ним направленные (рис. 123). Соединим точки E и K отрезком EK. Этот отрезок получен из отрезка CD параллельным переносом на отрезок AB.

953. Начертите квадрат $ABCD$ со стороной 3 *см* и отрезок EK. Выполните параллельный перенос квадрата на отрезок EK. Чему равны стороны получившегося квадрата?

954. На рисунке 124 изображены прямоугольник $ABCD$ и точка K. Выполните параллельный перенос этого прямоугольника, при котором точка A попадёт в точку K. Выполните параллельный перенос того же прямоугольника, при котором в точку K попадёт точка C.

955. Какие из фигур, изображённых на рисунке 125, получены друг из друга параллельным переносом?

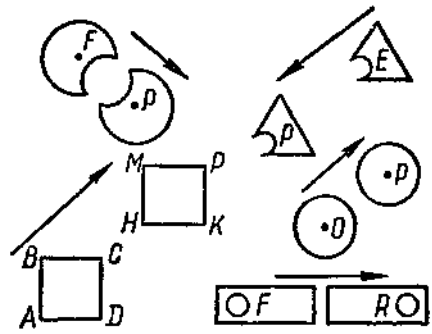


Рис. 125.

956. На рисунке 126 изображён треугольник ABC. Начертите такой же треугольник у себя в тетради и перенесите его на 7 клеток вниз. Получившийся треугольник перенесите затем на 4 клетки вправо.

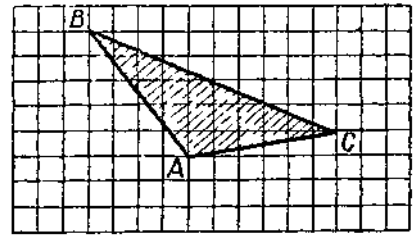


Рис. 126.

957. В треугольнике ABC (рис. 127) стороны AB и BC продолжены за точку B. После этого угол BAC перенесён на отрезок AB, а угол BCA — на отрезок CB. Назовите равные углы, отмеченные на рисунке 127. Как с помощью этого рисунка доказать, что сумма углов треугольника равна 180°?

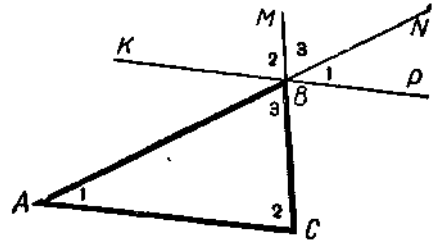


Рис. 127.

958. Начертите квадрат $ABCD$ со стороной 2 *см*. Выполните параллельный перенос этого квадрата в направлении от точки B к точке D на отрезок, равный половине отрезка BD.

959. Начертите треугольник ABC с вершинами A $(-1; 4)$, B $(3; 8)$ и C $(6; 0)$. Перенесите этот треугольник так, чтобы точка B перешла в точку K $(0; 5)$. В какие точки перейдут при этом точки A и C?

960. Начертите окружность с центром в точке M $(-3; -3)$ и радиусом, равным 4. Выполните параллельный перенос этой окружности на 5 единиц вверх, а потом на 3 единицы вправо.

§ 17. СИММЕТРИЯ.

76. Фигуры, симметричные относительно прямой.

Равные фигуры можно строить и с помощью перегибания листа бумаги. Если капнуть на бумагу чернила, а потом перегнуть лист бумаги по прямой l, то по обе стороны от этой прямой получатся кляксы (рис. 128). Эти кляксы совпадают друг с другом при перегибании листа бумаги по прямой l. Говорят, что они симметричны относительно прямой l.

Вообще, фигуры M и P *называют симметричными относительно прямой* l, *если они совпадают при перегибании листа бумаги по этой прямой*. Прямую l называют осью симметрии фигур M и P. Симметричные между собой фигуры равны, так как при перегибании по оси симметрии они совпадают. Значит, отрезку симметричен равный ему отрезок, квадрату — равный ему квадрат, окружности — равная ей окружность и т. д.

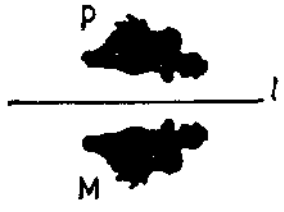


Рис. 128.

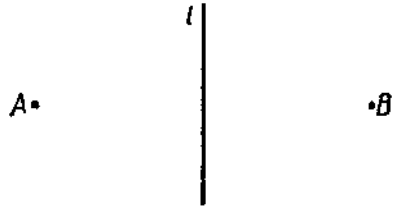


Рис. 129.

Поставим чернилами точку A на бумаге и перегнём лист бумаги по прямой l. На другой половине листа получим точку B. Она симметрична точке A относительно прямой l (рис. 129). Соединим точки A и B отрезком AB. Этот отрезок пересекает ось симметрии l в точке C (рис. 130).

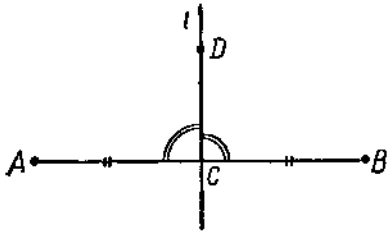


Рис. 130.

Отрезки AC и BC равны, так как при перегибании по оси симметрии l они совпадают.

Смежные углы DCA и DCB также равны, так как

они совпадают при перегибании. Значит, каждый из них является прямым углом. Мы доказали следующее предложение.

Ось симметрии двух точек делит пополам соединяющий их отрезок и перпендикулярна этому отрезку.

Если точка A лежит на прямой l, то она симметрична сама себе относительно этой прямой.

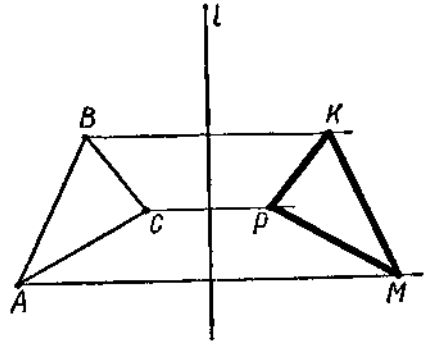


Рис. 131.

З а д а ч а 1. Построить точку B, симметричную точке A относительно прямой l.

Для решения задачи проведём через точку A перпендикуляр к прямой l (см. рис. 130) и отложим на нём отрезок CB, равный отрезку CA. Точка B будет точкой, симметричной точке A относительно прямой l.

З а д а ч а 2. Построить треугольник MKP, симметричный треугольнику ABC относительно прямой l.

Для решения задачи построим точку M, симметричную точке A, точку K, симметричную точке B, и точку P, симметричную точке C (рис. 131). Соединив отрезками точки M, K и P, получим треугольник MKP, симметричный треугольнику ABC относительно прямой l. Таким же образом строят любой многоугольник, симметричный данному.

961. На листе бумаги постройте прямую AB и какую-нибудь фигуру P. Сложите этот лист вдвое, перегнув его по прямой AB. Проколите остриём циркуля бумагу в нескольких точках фигуры P. Развернув лист бумаги, найдите пары симметричных точек. Обозначьте эти точки.

962. Начертите прямую n и отрезок AB. Постройте отрезок CD, симметричный отрезку AB относительно оси n. Могут ли два симметричных отрезка иметь одинаковое направление?

963. Перечертите в тетрадь рисунок 132. Постройте фигуру, симметричную данной относительно оси m.

964. Начертите прямоугольник $ABCD$. Постройте прямоугольник, симметричный ему относительно прямой AB.

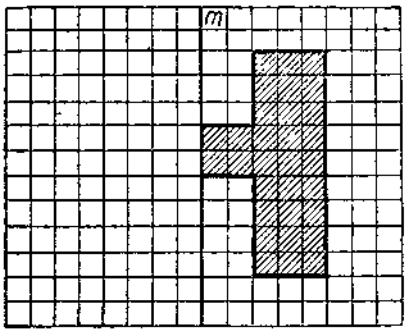


Рис. 132.

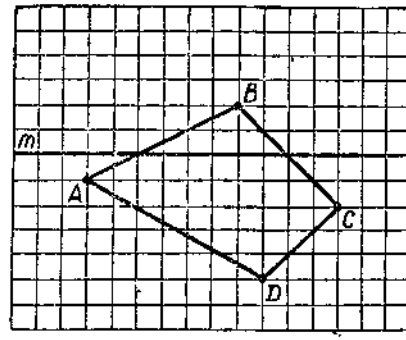


Рис. 133.

965. Отметьте точку A (4; 3). Постройте точку B, симметричную точке A относительно оси OX. Постройте точку C, симметричную точке A относительно оси OY. Какие координаты у точек B и C?

966. Постройте отрезок AB с концами A (1; 6) и B (4; 3). Постройте отрезок, симметричный отрезку AB относительно: а) оси OX; б) оси OY.

967. Начертите в тетради фигуру, изображённую на рисунке 133. Постройте фигуру, симметричную данной относительно оси m.

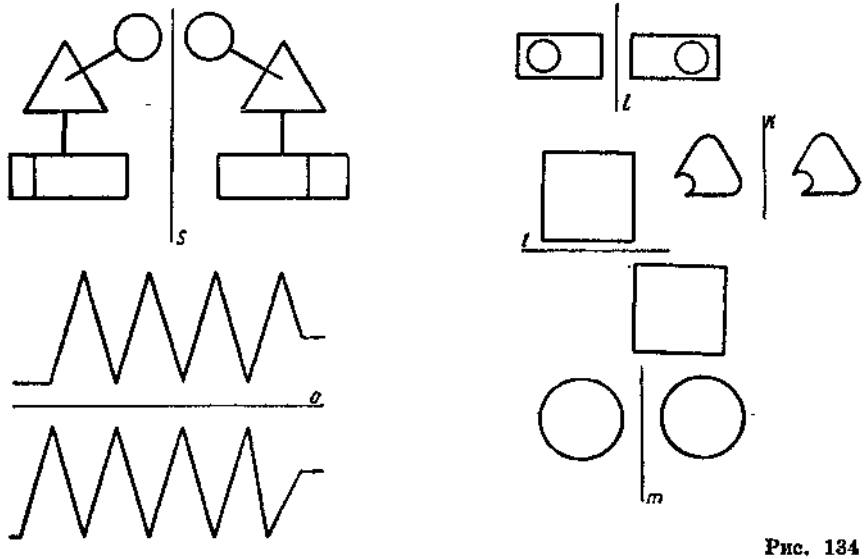


Рис. 134

968. Вырежьте ножницами какую-либо фигуру из сложенного вдвое листа бумаги. Разверните лист и покажите фигуры, симметричные относительно линии перегиба.

969. Какие из фигур, изображённых на рисунке 134, симметричны относительно данных осей?

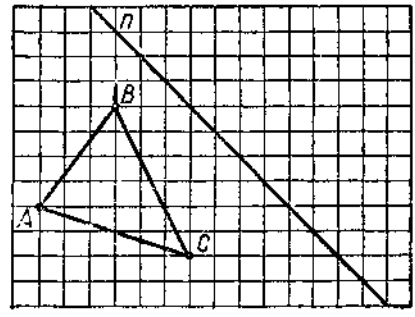


Рис. 135.

970. Скопируйте рисунок 135 в тетрадь. Постройте треугольник, симметричный треугольнику ABC относительно прямой n.

971. Отметьте точки A (2; 4) и B (−3; 1). Постройте отрезок, симметричный отрезку AB: а) относительно оси OX; б) относительно оси OY.

972. Начертите окружность P и прямую l, не пересекающую эту окружность. Постройте окружность K, симметричную окружности P относительно оси l.

77. Построение оси симметрии двух точек.

Пусть точки A и B симметричны относительно прямой l (рис. 136). Выберем на этой прямой любую точку C. Отрезки AC и CB симметричны друг другу, значит, они равны.

Все точки оси симметрии одинаково удалены от двух точек A и B, симметричных относительно этой оси.

Этим свойством обладают только точки оси симметрии, т. е. если точка одинаково удалена от двух данных точек A и B, то она лежит на оси симметрии этих точек.

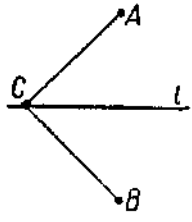


Рис. 136.

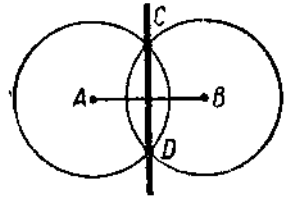


Рис. 137.

З а д а ч а. Построить ось симметрии точек A и B.

Строим точки C и D (рис. 137), одинаково удалённые от точек A и B. Для этого одним и тем же радиусом проводим две пересекающиеся окружности с центрами в точках A и B. Через точки C и D пересечения этих окружностей проводим прямую. Так как $AC = BC$ и $AD = BD$, то прямая CD является осью симметрии точек A и B.

973. Проведите прямую. Примите её за ось симметрии и постройте точки M и H, симметричные относительно этой оси. Возьмите точку P, не принадлежащую оси симметрии, и сравните расстояния от точки P до точек M и H. Постройте точку O, одинаково удалённую от точек M и H, и скажите, где расположена точка O.

974. На рисунке 138 прямая l является осью симметрии точек A и B. Назовите множество точек, обозначенных на этом рисунке, которые:

а) одинаково удалены от точек A и B;

б) принадлежат оси симметрии;

в) неодинаково удалены от точек A и B;

г) не принадлежат оси симметрии.

975. Постройте три точки, каждая из которых одинаково удалена от двух данных точек. Будут ли эти точки лежать на одной прямой?

976. Сколько точек, одинаково удалённых от двух данных точек, надо построить, чтобы определить положение оси симметрии этих точек?

977. Отметьте точки P и N, постройте с помощью циркуля и линейки их ось симметрии.

978. Начертите ось симметрии точек: а) A (1; 3) и B (—1; —3); б) C (—2; —4) и D (—4; —2).

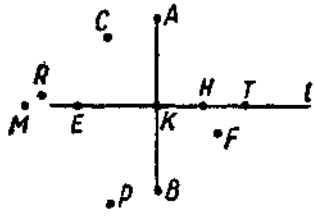


Рис. 138.

979. Постройте треугольник ABC. Постройте оси симметрии:

а) точек A и B;

б) точек A и C;

в) точек B и C. Какое свойство этих осей вы заметили?

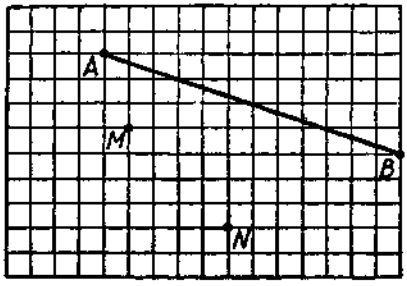


Рис. 139.

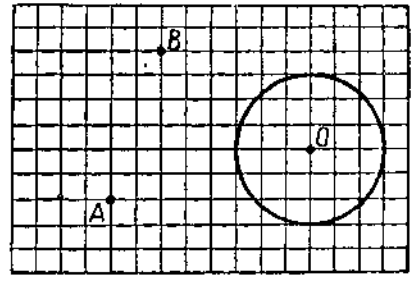


Рис. 140.

980. На рисунке 139 даны прямая AB и точки M и N. Перечертите этот рисунок в тетрадь и найдите точку K на прямой AB, которая одинаково удалена от точек M и N.

981. Начертите квадрат $ABCD$ и постройте с помощью циркуля и линейки ось симметрии: а) точек A и B; б) точек A и C; в) точек A и D.

982. Начертите ось симметрии точек A $(-2, -3)$ и B $(4; 3)$. Найдите координаты точек пересечения этой оси с осями координат.

983. Перечертите рисунок 140 в тетрадь и найдите на окружности точки, одинаково удалённые от точек A и B.

78. Деление отрезка на две равные части.

Отрезок AB можно разделить пополам, измерив его длину и разделив её на два. Отрезок AB можно разделить пополам, перегнув лист бумаги так, чтобы при перегибании концы отрезка совпали. Линия перегиба разделит отрезок пополам. Так как при перегибании точки A и B совпадают, то линия перегиба является осью симметрии точек A и B. Поэтому вместо перегибания листа бумаги можно построить ось симметрии точек A и B. Чтобы разделить отрезок AB (рис. 141) пополам, надо провести ось симметрии точек A и B. Точка пересечения оси симметрии с отрезком AB разделит его пополам.

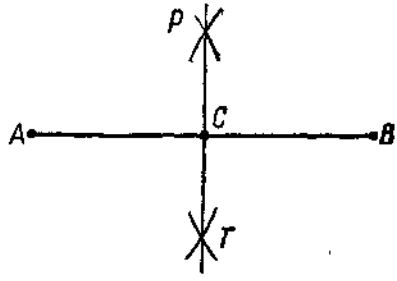


Рис. 141.

984. Проведите на листе бумаги отрезок AB и разделите его пополам с помощью масштабной линейки. Проверьте правильность результата с помощью перегибания листа бумаги.

985. Начертите отрезок AB и разделите его пополам с помощью циркуля и линейки.

986. Начертите ломаную из двух звеньев. Разделите каждый отрезок ломаной на две равные части.

987. Начертите треугольник ABC и разделите каждую из его сторон на две равные части.

988. Начертите окружность и хорду в ней. Разделите хорду пополам. Проходит ли ось симметрии этой хорды через центр данной окружности?

▼

989. Разделите отрезок на четыре равные части с помощью циркуля и линейки.

990. Начертите ломаную из трёх звеньев. Разделите каждый отрезок на две равные части. Соедините точки деления отрезками.

79. Построение перпендикуляра к прямой.

Для проведения перпендикуляра к прямой мы использовали угольник. Но перпендикуляр к прямой можно проводить с помощью циркуля и линейки.

З а д а ч а 1. Провести перпендикуляр к прямой l через точку K, лежащую на прямой l.

На прямой l от точки K циркулем откладываем равные отрезки KA и KB. Строим ось симметрии точек A и B (рис. 142). Ось симметрии проходит через точку K и перпендикулярна прямой l.

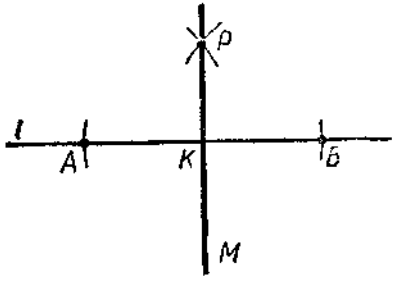


Рис. 142.

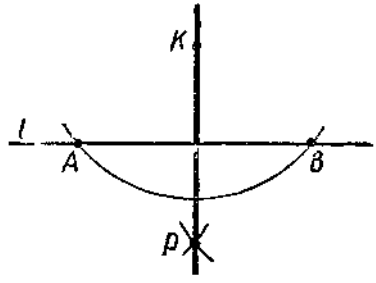


Рис. 143.

З а д а ч а 2. Провести перпендикуляр к прямой l через точку K, не лежащую на прямой l.

Проводим окружность с центром в точке K (рис. 143), пересекающую прямую l в точках A и B. Строим ось симметрии точек A и B. Ось симметрии KP проходит через точку K и перпендикулярна прямой l.

991. Начертите две пересекающиеся прямые и точку P, не принадлежащую этим прямым. Проведите перпендикуляры через точку P к каждой из этих прямых.

992. Начертите окружность и её диаметр AB. Постройте в этой окружности диаметр CD, перпендикулярный диаметру AB.

993. Начертите квадрат $ABCD$ и проведите в нём диагональ AC. Проведите через середину отрезка AC перпендикуляр к этому отрезку.

▼

994. Начертите прямую HK и точку M на ней. Проведите через точку M перпендикуляр к прямой HK.

995. Начертите две параллельные прямые и точку вне этих прямых. Проведите через эту точку перпендикуляр к каждой из прямых.

80. Деление угла на две равные части.

Чтобы разделить угол AOB на две равные части, можно измерить его транспортиром, полученное число градусов разделить на два и построить угол AOC, равный половине угла AOB (рис. 144). При отсутствии транспортира можно разделить угол путём перегибания листа бумаги: надо перегнуть лист бумаги так, чтобы луч OA пошёл по лучу OB (рис. 145). Тогда линия пере-

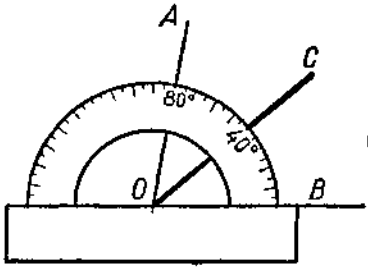
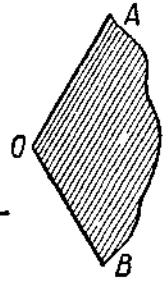


Рис. 144.



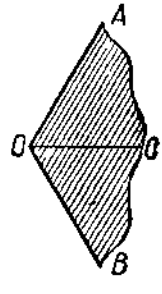


Рис. 145.

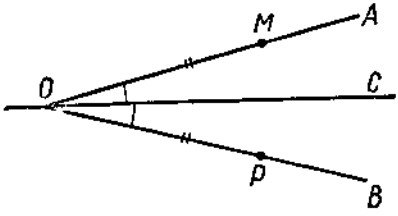


Рис. 146.

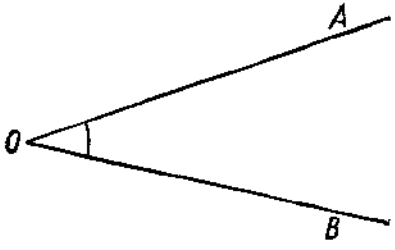


Рис. 147.

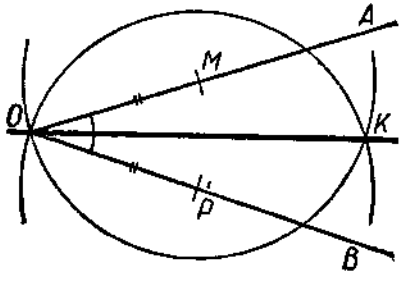


Рис. 148.

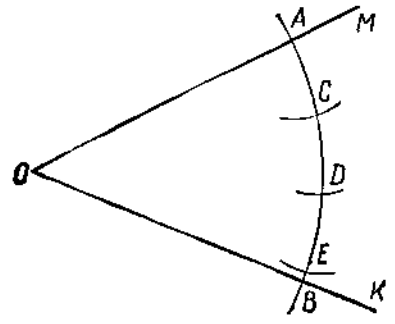


Рис. 149.

гиба OC и будет делить угол AOB пополам.

Так как при перегибании по прямой OC угол AOC накладывается на угол BOC, то лучи OA и OB симметричны относительно прямой OC (рис. 146). Значит, биссектриса OC угла AOB лежит на оси симметрии лучей AO и OB.

Выберем на стороне OA точку M, а на стороне OB точку P так, чтобы $OM = OP$ (см. рис. 146).

При перегибании листа бумаги по биссектрисе угла AOB эти точки совпадут друг с другом, — значит, они симметричны относительно биссектрисы угла AOB.

З а д а ч а. Разделить угол AOB (рис. 147) на две равные части с помощью циркуля и линейки.

Отложим на сторонах угла AOB равные отрезки OM и OP (рис. 148). Точки M и P симметричны относительно биссектрисы угла AOB. Поэтому ось симметрии точек M и P и является биссектрисой угла AOB.

Чтобы построить эту ось симметрии, проведём окружности с центрами в точках M и P радиусами, равными отрезку OM. Эти окружности пройдут через точку O и пересекутся ещё в одной точке K.

Луч OK является осью симметрии точек M и P и биссектрисой угла AOB.

В черчении часто углы делят на любое равное число частей приближенно. Это делают путем нескольких проб («прикидок») с помощью циркуля.

Разделим угол MOK (рис. 149) на 3 равные части. Проведем для этого дугу произвольного радиуса с центром в вершине O, пересекающую стороны угла в точках A и B. Установим на глаз такой раствор циркуля, которым дуга AB приближенно делится на три равные части. Построим этим раствором циркуля дуги AC, CD и DE. На рисунке 149 видно, что при первом построении точка E оказалась внутри дуги AB. Значит, раствор циркуля нужно увеличить. Продолжая «прикидку», получают достаточно точное деление угла на три равные части (рис. 150).

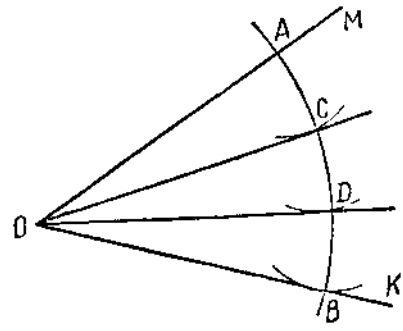


Рис. 150.

996. Постройте угол AOB. Возьмите на стороне OA точки K, M и P. Постройте на стороне OB точки, симметричные точкам K, M и P относительно биссектрисы угла AOB.

997. Начертите тупой угол и разделите его пополам.

998. Постройте биссектрису развёрнутого угла PTK.

999. Постройте треугольник ABC и проведите биссектрисы всех углов этого треугольника.

1000. Начертите прямоугольник $ABCD$ и проведите биссектрисы всех углов этого прямоугольника.

1001. Докажите, что каждая точка биссектрисы OC угла AOB одинаково удалена от сторон OA и OB.

1002. Постройте треугольник ABC. Найдите точку, одинаково удалённую от всех сторон этого треугольника.

▼

1003. Постройте биссектрису прямого угла.

1004. Начертите квадрат $ABCD$ и проведите биссектрисы его углов.

1005. Начертите смежные углы и постройте их биссектрисы. Чему равен угол между биссектрисами?

81. Фигуры, имеющие ось симметрии.

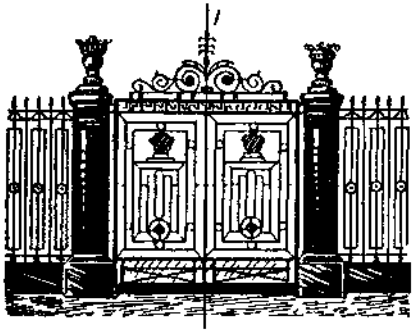


Рис. 151.

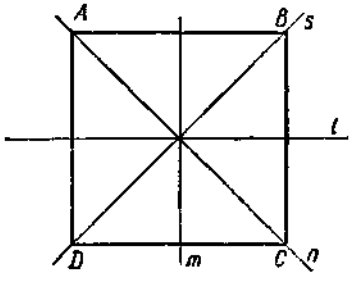


Рис. 152.

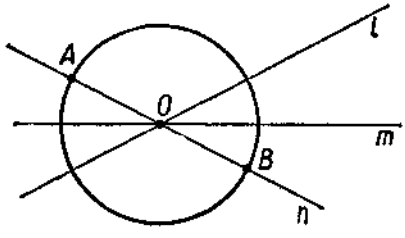


Рис. 153.

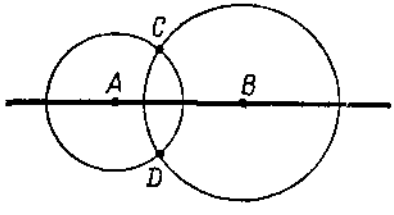


Рис. 154.

На рисунке 151 изображены ворота Летнего сада в Ленинграде. Они состоят из двух половин, которые симметричны друг другу относительно прямой l. Говорят, что фигура симметрична относительно прямой l, если эта прямая делит её на две части, симметричные друг другу. Прямую l в этом случае называют **осью симметрии данной фигуры**. Фигуры, имеющие ось симметрии, часто встречаются в природе и технике.

Некоторые фигуры имеют несколько осей симметрии (рис. 152). Самой симметричной фигурой является окружность: любая прямая, проходящая через центр окружности, делит её на две симметричные части (рис. 153).

На рисунке 154 изображены две пересекающиеся окружности с центрами в точках A и B. Проведём прямую AB. Она делит обе окружности на две симметричные полуокружности. При перегибании листа бумаги по прямой AB нижние полуокружности совпадут с верхними. Значит, точка D — точка пересечения нижних полуокружностей, совместится с точкой C — точкой пересечения верхних полу-

окружностей. Мы показали, что точки C и D симметричны относительно прямой AB.

Точки пересечения двух окружностей симметричны относительно прямой, проходящей через центры этих окружностей.

1006. На рисунке 155 изображены фигуры. Какие из них имеют одну ось симметрии, две оси симметрии, более двух осей симметрии?

1007. На рисунке 156 изображены две окружности. Какая прямая служит их общей осью симметрии?

1008. На рисунке 157 изображены два треугольника — ABC и ABD, такие, что $AC = AD$ и $BC = BD$. Докажите, что эти треугольники симметричны относительно прямой AB. Равны ли эти треугольники?

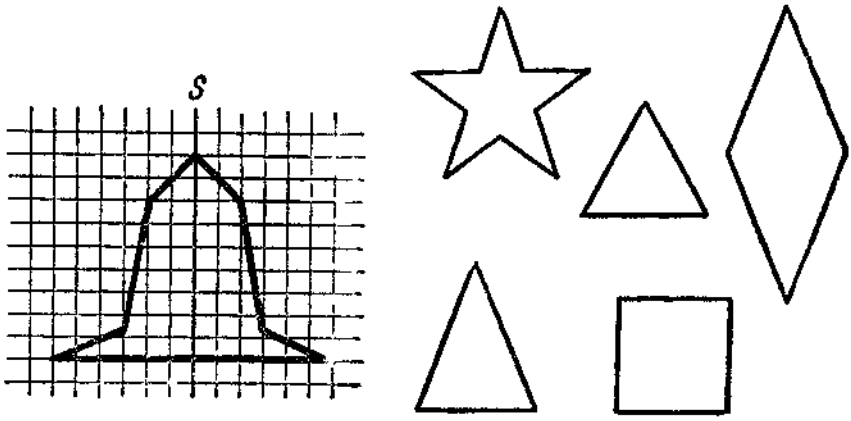


Рис. 155.

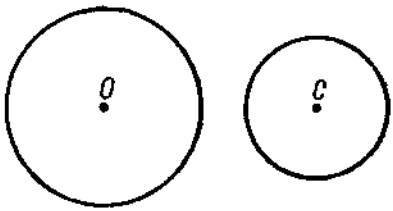


Рис. 156.

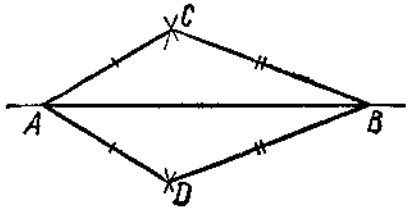


Рис. 157.

А Б В Г Д Е Ж З И

К Л М Н О П Р С Т

Рис. 158.

1009. Какие из нарисованных букв (рис. 158) имеют вертикальную ось симметрии, какие имеют горизонтальную ось симметрии, какие имеют и вертикальную и горизонтальную ось симметрии? Какие из нарисованных букв не имеют осей симметрии?

1010. Начертите треугольник ABC. Постройте треугольник, симметричный треугольнику ABC относительно стороны AB.

§ 18. ПОСТРОЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ.

82. Равнобедренные и равносторонние треугольники.

Треугольник, у которого две стороны равны друг другу, называется р а в н о б е д р е н н ы м. Равные стороны называются б о к о в ы м и сторонами равнобедренного треугольника, а третья сторона—его о с н о в а н и е м. На рисунке 159 AB и AC—боковые стороны, а BC — основание равнобедренного треугольника ABC. Точку A называют в е р ш и н о й равнобедренного треугольника.

Для построения равнобедренного треугольника начертим окружность с центром O, выберем на ней две точки A и B и соединим их друг с другом и с точкой O (рис. 160). Получится равнобедренный треугольник AOB с вершиной O и боковыми сторонами OA и OB. Его основанием является отрезок AB.

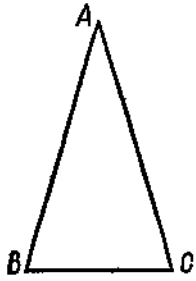


Рис. 159.

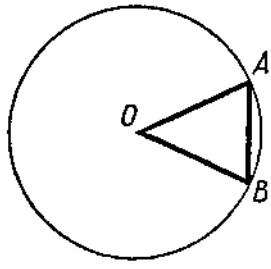


Рис. 160.

Треугольник ABC, все стороны которого равны между собой ($AB=AC=BC$), называют р а в н о с т о р о н н и м.

Равносторонний треугольник можно построить так: начертить

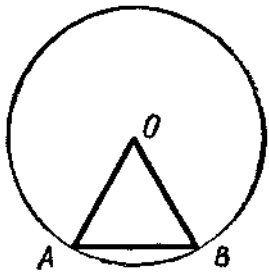


Рис. 161.

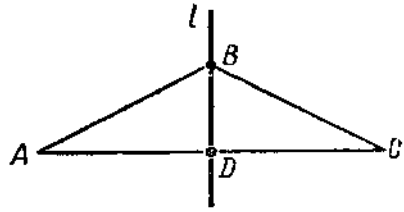


Рис. 162.

окружность с центром O (рис. 161), взять на ней точки A и B, расстояние между которыми равно радиусу. Треугольник AOB равносторонний.

1011. Прямая BD (рис. 162) проходит через вершину B равнобедренного треугольника ABC и середину D основания AC. Докажите, что прямая BD является осью симметрии треугольника.

1012. Докажите, что прямая, проходящая через вершину равнобедренного треугольника и середину его основания, перпендикулярна его основанию и делит пополам угол при вершине.

1013. Докажите, что углы при основании равнобедренного треугольника равны друг другу.

1014. В равнобедренном треугольнике угол при вершине равен $40°$. Чему равны углы при основании треугольника?

1015. В равнобедренном треугольнике угол при основании на $30°$ больше угла при вершине. Чему равны углы этого треугольника?

1016. Чему равны углы равностороннего треугольника?

1017. На рисунке 161 изображён равносторонний треугольник. Какую часть окружности составляет дуга AB?

1018. Как разделить окружность на 6 равных частей?

▼

1019. В треугольнике ABC перпендикуляр, проведённый через вершину A к стороне BC, делит эту сторону пополам. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

1020. Угол при вершине равнобедренного треугольника в 2 раза больше каждого из углов при основании. Чему равны углы этого треугольника?

1021. Угол при вершине равнобедренного треугольника в 2 раза меньше одного из углов при основании. Чему равны углы этого треугольника?

2022. Разделите окружность на три равные части и соедините точки деления отрезками.

83. Построение треугольника по трём сторонам.

З а д а ч а. Постройте треугольник со сторонами $AB = 6$ *см*, $BC = 5$ *см* и $AC = 4$ *см*.

Сначала проведём прямую l и отложим на ней отрезок $AB = 6$ *см* (рис. 163). Точка C удалена от точки A на 4 *см*, от точки B на 5 *см*. Чтобы найти положение точки C, проведём две окружности: одну с центром A и радиусом 4 *см*, а другую с центром B и радиусом 5 *см*. Эти окружности пересекутся в двух точ-

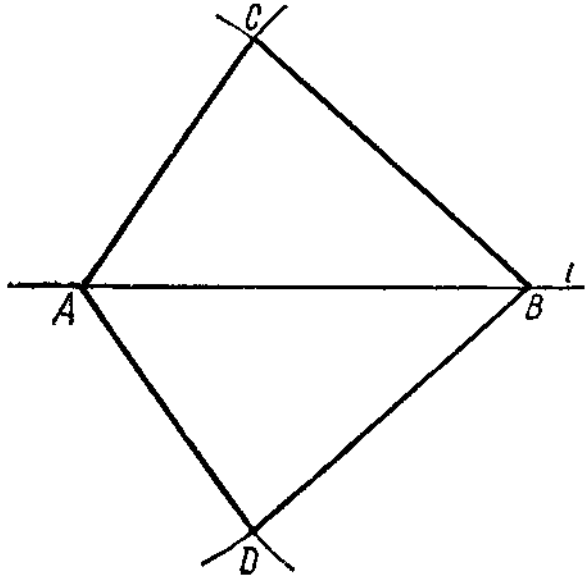


Рис. 163.

ках C и D (рис. 163). Соединим точку C с точками A и B. Получим треугольник ABC со сторонами $AB = 6$ *см*, $BC = 5$ *см* и $AC = 4$ *см*. Если мы соединим точку D с точками A и B, то получим второй треугольник ABD со сторонами $AB = 6$ *см*, $BD = 5$ *см* и $AD = 4$ *см*. Треугольники ABC и ABD равны: если перегнуть рисунок 163 по прямой AB, то точки C и D совпадут, а тогда совпадут и треугольники ABC и ABD.

Если из трёх стержней изготовить треугольник, то, не растягивая, не сжимая и не изгибая стержни, нельзя изменить форму треугольника, даже если они скреплены в вершинах шарнирами (рис. 164). Говорят, что треугольник есть жёсткая фигура. Этим свойством треугольника пользуются на практике (рис. 165, 166.)

Четырёхугольник не жёсткая фигура. На рисунке 167 изображены два неравных четырёхугольника, у которых соответственные стороны равны.

Длины отрезков, по которым строится треугольник, нельзя задавать произвольно. Треугольник можно построить, если длина большого отрезка меньше суммы двух других.

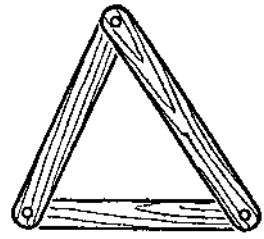


Рис. 164.

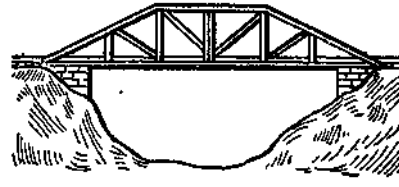


Рис. 165.

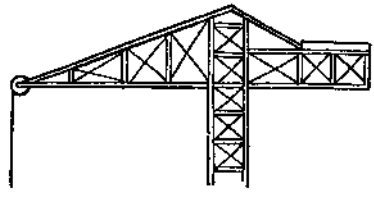


Рис. 166.

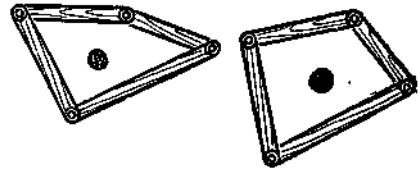


Рис. 167.

Например, нельзя построить треугольник из отрезков, длины которых равны:

а) 5 *см*, 3 *см*, 1 *см*;

б) 5 *см*, 3 *см*, 2 *см*.

1023. Отметьте точки A и B, расстояние между которыми 5 *см*. Найдите точку C, удалённую:

а) от точки A на 3 *см*, а от точки B на 4 *см*;

б) от точки A на 5 *см*, а от точки B на 5 *см*;

в) от точки A на 2 *см*, а от точки B на 3 *см*;

г) от точки A на 7 *см*, а от точки B на 1 *см*;

д) от точки A на 1 *см*, а от точки B на 3 *см*.

1024. Постройте треугольник ABC, если:

а) $AB = 4$ *см*, $BC = 3$ *см*, $AC = 2$ *см*;

б) $AB = 8$ *см*, $BC = 3$ *см*, $AC = 5$ *см*;

в) $AB = 3$ *см*, $AC = 11$ *см*, $BC = 5$ *см*;

г) $AB = 3$ *см*, $BC = 5$ *см*, $AC = 4$ *см*.

1025. Постройте равнобедренный треугольник ABC с основанием $AC = 6$ *см* и боковой стороной $AB = 5$ *см*.

1026. Постройте равносторонний треугольник со стороной 4 *см*.

1027. На рисунке 168 изображён треугольник. Постройте в тетради равный ему треугольник.

1028. На рисунке 169 изображён четырёхугольник. Постройте в тетради равный ему четырёхугольник. (У к а з а н и е: отрезок AC разбивает четырёхугольник $ABCD$ на два треугольника.)

1029. Расстояние между телевизионными станциями 100 *км*. Передачи станции A принимаются в круге радиуса 50 *км*, а станции B — в круге радиуса 75 *км*. Отметьте станции

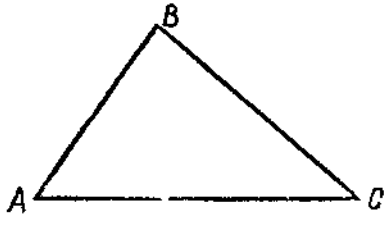


Рис. 168.

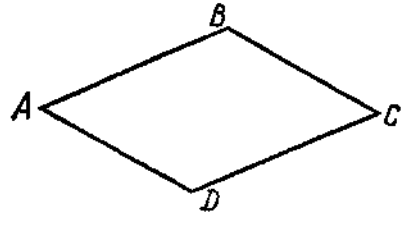


Рис. 169.

A и B в масштабе 1 : 2 500 000. Покажите область, в которой принимаются передачи обеих станций; область, в которой принимаются только передачи станции A; область, где принимаются только передачи станции B; область, где не принимаются передачи ни одной из этих станций.

▼

1030. Постройте на листе бумаги два треугольника. Стороны одного треугольника равны: 3 *см*, 4 *см*, 6 *см*. Стороны другого — 4 *см*, 6 *см*, 3 *см*. Равны ли эти треугольники? Вырежьте эти треугольники и с помощью наложения убедитесь в правильности вашего ответа.

1031. Расстояние между точками M и K равно 4 *см*. Найдите точки, удалённые:

а) от точек M и K на расстояние 2,5 *см*;

б) от точки M на расстояние 5 *см*, а от точки K на расстояние 1 *см*.

1032. Постройте треугольник ABC со сторонами:

а) $AB=BC=4$ *см*, $AC=8$ *см*.

б) $AB=4$ *см*, $BC=5$ *см*, $AC=3$ *см*.

в) $AB=BC=AC=3$ *см*.

1033. Постройте прямоугольник, равный прямоугольнику $ABCD$ (рис. 170).

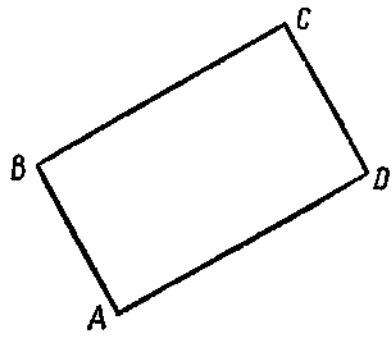


Рис. 170.

84. Построение треугольника по стороне и двум прилежащим к ней углам.

З а д а ч а 1. Построить треугольник ABC, в котором $AB = 5$ *см*, $\angle CAB = 56°$ и $\angle CBA = 44°$.

Для построения треугольника на прямой l отложим отрезок AB длиной 5 *см*. Отложим от луча AB угол KAB, равный 56°, а от луча BA по ту же сторону от прямой — угол MBA, равный 44° (рис. 171). Лучи AK и BM пересекаются в точке C. Треугольник ABC и будет искомым. Если откладывать лучи по другую сторону от прямой l, то получится ещё один треугольник ABD

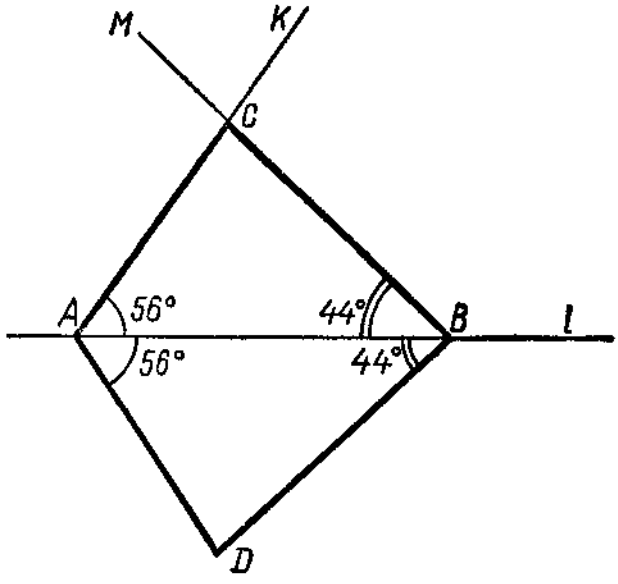


Рис. 171.

(рис. 171), у которого одна сторона равна 5 *см*, а прилежащие к ней углы равны 56° и 44°. При перегибании по прямой *AB* треугольники *ABC* и *ABD* наложатся друг на друга. Значит, треугольники *ABC* и *ABD* симметричны и равны.

З а д а ч а 2. Измерить расстояние между деревьями *A* и *B*, если они растут на разных берегах реки (рис. 172).

Отметим на берегу реки, где растёт дерево *A*, ещё одну точку *C* и измерим расстояние *AC*. Потом измерим углы *CAB* и *ACB*. Зададим какой-нибудь масштаб (например, 1 : 1000) и построим на бумаге треугольник *NTK* (рис. 173)

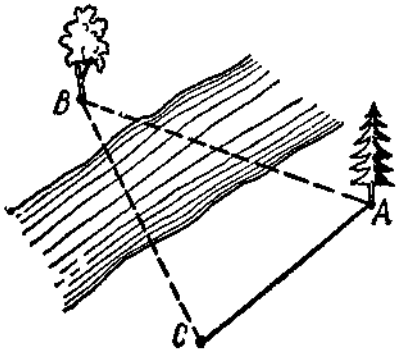


Рис. 172.

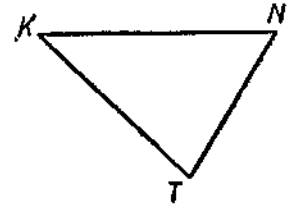


Рис. 173.

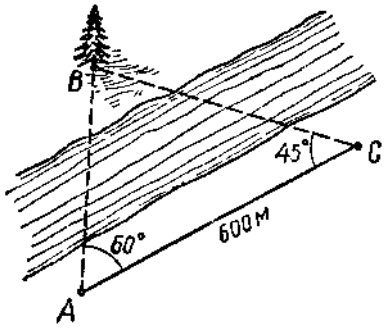


Рис. 174.

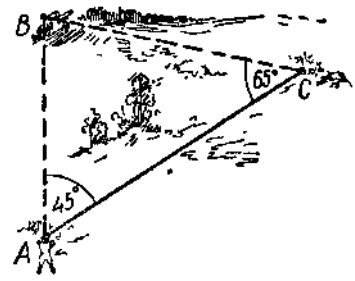


Рис. 175.

такой, что отрезок NT в 1000 раз меньше отрезка AC, угол NTK равен углу CAB и угол TNK равен углу ACB. Измерим расстояние NK на чертеже и увеличим его в 100 раз. Мы получим расстояние между деревьями A и B.

1034. Постройте треугольник ABC, если:

а) $AB = 5{,}1$ *см*, $\angle A = 24°$, $\angle B = 120°$;
б) $AC = 3{,}8$ *см*, $\angle A = \angle C = 45°$;
в) $AC = 7$ *см*, $\angle A = 90°$, $\angle C = 32°$;
г) $AB = 3$ *см*, $\angle A = 56°$, $\angle B = 73°$.

1035. На рисунке 174 изображено дерево B, растущее на другом берегу реки. Измерили отрезок AC, равный 600 *м*, угол BAC, равный 60°, и угол BCA, равный 45°. Чему равны расстояния AB и CB? Чтобы узнать это, сделайте в тетради план в масштабе 1 : 10 000.

▼

1036. Постройте треугольник ABC, если:

а) $AB = 6{,}1$ *см*, $\angle A = 34°$, $\angle B = 80°$;
б) $BC = 4$ *см*, $\angle B = 60°$, $\angle C = 35°$.

1037. Двое наблюдателей находятся в точках A и C. Расстояние между ними 1200 *м*. Они засекли направления на неприятельскую батарею: $\angle BAC = 45°$ и $\angle BCA = 65°$ (рис. 175). Определите положение батареи, сделав план в масштабе 1 : 20 000.

35. Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними.

З а д а ч а 1. Построить треугольник ABC, если $AB = 6$ *см*, $AC = 4$ *см* и $\angle BAC = 30°$.

Сначала строим угол MAK, равный 30°. На стороне AM откладываем отрезок $AB = 6$ *см*, а на стороне AK — отрезок $AC = 4$ *см* (рис. 176). Соединяем точки B и C и получаем искомый треугольник ABC.

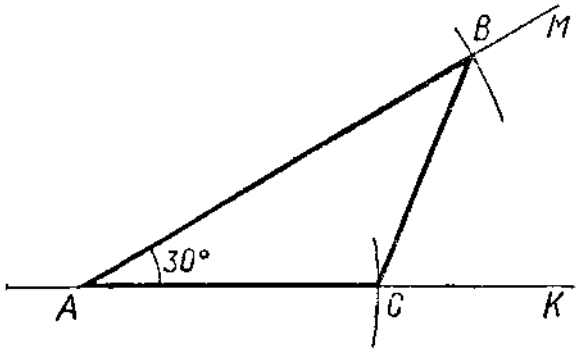


Рис. 176.

Сколько бы мы ни построили треугольников по этим данным, все они будут равны между собой.

З а д а ч а 2. Измерить расстояние между деревьями A и B, если между ними находится дом (рис. 177).

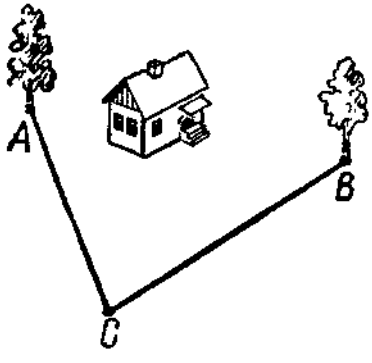


Рис. 177.

Для того чтобы определить расстояние между деревьями A и B, на местности выбирают такую точку C, из которой видны оба дерева. После этого на местности измеряют расстояния CA, CB и угол ACB. По этим данным (например, в масштабе 1:1000) строят треугольник HTK, в котором угол HTK равен углу ACB, а стороны TH и TK соответст-

венно в 1000 раз меньше отрезков CA и CB. Расстояние между деревьями A и B получим, если измерим длину стороны HK и увеличим её в 1000 раз.

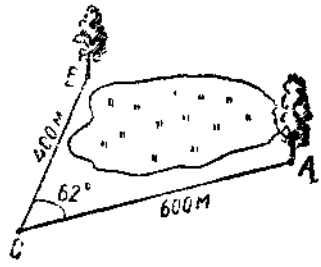


Рис. 178.

1038. Постройте треугольник ABC, если $AB = 5$ *см*, $AC = 4$ *см* и $\angle BAC = 60°$.

1039. В четырёхугольнике $ABCD$ измерена диагональ $AC = 6$ *см* и углы: $\angle BAC = 30°$, $\angle BCA = 45°$, $\angle DAC = 42°$ и $\angle DCA = 38°$. Постройте этот четырёхугольник.

1040. В результате измерений получилось, что в четырёхугольнике $ABCD$: $AB = 4$ *см*, $BC = 5$ *см*, $CD = 6$ *см*, $DA = 3$ *см* и $\angle ABC = 40°$. Постройте этот четырёхугольник.

1041. Можно ли построить треугольник ABC, если:

а) $AC = 7$ *см*, $\angle BAC = 90°$, $\angle BCA = 90°$;
б) $AB = 5$ *дм*, $\angle CAB = 120°$, $\angle CBA = 90°$;
в) $BC = 3$ *см*, $\angle ABC = 150°$, $\angle ACB = 60°$.

1042. Между деревьями A и B (рис. 178) находится болото. Чтобы найти расстояние между ними, измерили отрезки $AC = 600$ *м* и $BC = 400$ *м* и угол ACB, равный 62°. Найдите расстояние между деревьями A и B, сделав план в масштабе 1 : 10 000.

▼

1043. Постройте треугольник MAK, если $MA = AK = 5$ *см* и $\angle MAK = 45°$.

1044. Штурман корабля заметил маяк, находившийся на северо-востоке. Когда корабль проплыл 10 *км* на север, маяк оказался на юго-востоке (рис. 179). Сделайте план в масштабе 1 : 100 000 и найдите расстояние от корабля до маяка в начале и в конце пути. Каким было наименьшее расстояние от корабля до маяка?

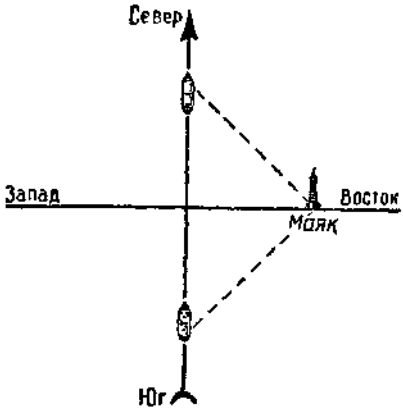


Рис. 179.

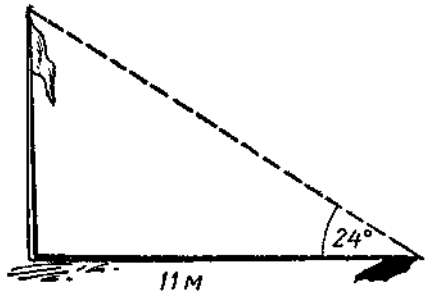


Рис. 180.

1045. От древка флага падает тень в 11 *м* в то время, как солнечные лучи наклонены к горизонту под углом 24° (рис. 190). Чему равна высота древка?

86. Поворот фигуры около точки.

В жизни мы часто встречаемся с вращением. Шофёр вращает руль автомашины (рис. 181), рулевой на корабле — штурвал (рис. 182). Вращается деталь, обрабатываемая на токарном станке (рис. 183), глобус вокруг своей оси (рис. 184) и т. д. В этом пункте мы рассмотрим вращение фигур в плоскости.

Вырежем из бумаги фигуру M и проткнём её булавкой в точке O (рис. 185). Если повернуть фигуру M вокруг точки O, она займёт положение P.

Говорят, что *фигура P получилась из фигуры M поворотом вокруг точки O.*

Рис. 181.

Рис. 182.

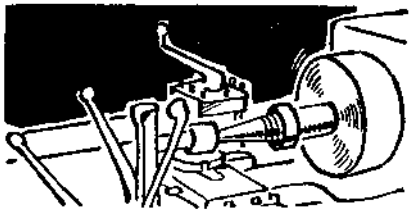


Рис. 183.

Рис. 184.

Фигуру M можно и не вырезать из листа бумаги, а просто начертить её на этом листе. Тогда лист бумаги можно проткнуть булавкой в любой точке O, даже не принадлежащей фигуре M. Вращая лист бумаги, мы будем поворачивать вокруг точки O и фигуру M (рис. 186).

При повороте фигуры вокруг точки O расстояние каждой точки этой фигуры от точки O не изменяется. Поэтому все точки фигуры M описывают при вращении окружности с центром в точке O. *Точку O называют центром поворота.*

Возьмём какую-нибудь точку A на фигуре M и проведём луч OA. После поворота точка A перейдёт в точку B, а луч OA — в луч OB. *Угол AOB называется углом поворота.* Он будет одним и тем же для всех точек фигуры M.

При повороте каждая фигура переходит в равную ей фигуру: прямая — в прямую, луч — в луч, отрезок — в равный ему отрезок, окружность — в равную ей окружность и т. д.

З а д а ч а 1. Повернуть точку A вокруг O на 60° по часовой стрелке (рис. 187).

При вращении точка A описывает окружность с центром в точке O. Проведём эту окружность (рис. 187). Точка A перейдёт

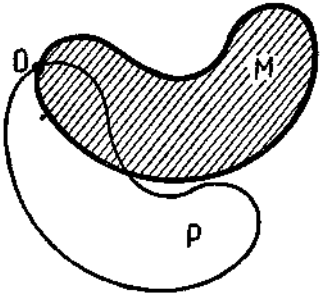


Рис. 185.

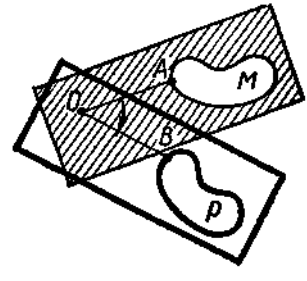


Рис. 186.

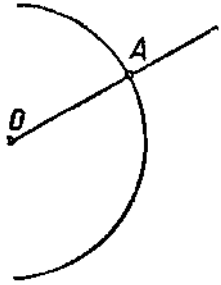


Рис. 187.

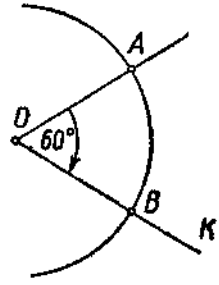


Рис. 188.

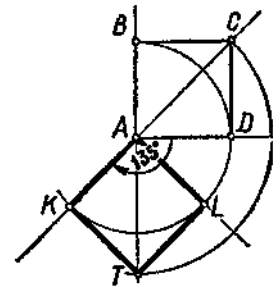


Рис. 189.

в такую точку B окружности, что угол AOB равен 60°. Поэтому проведём луч OA и отложим от него угол AOK, равный 60°. Этот угол можно отложить в двух направлениях. По условию его надо откладывать по часовой стрелке (рис. 188). Точка B лежит на пересечении луча OK и окружности.

З а д а ч а 2. Повернуть квадрат $ABCD$ вокруг вершины A на 135° по часовой стрелке.

При повороте вершина A остаётся на месте (рис. 189). Повернём сначала вершину D на 135° по часовой стрелке, как было показано в задаче 1. Мы получим точку K. После этого таким же образом повернём на 135° вершины B и C. Мы получим точки L, T и K—вершины нового квадрата, в который переходит квадрат $ABCD$ при повороте. Квадраты $ABCD$ и $ALTK$ равны.

1046. На какой угол повернётся часовая стрелка за 2 *ч*?

1047. На какой угол повернётся минутная стрелка за 15 *мин*?

1048. Начертите окружность радиуса 3 *см* и возьмите на ней точку A. Поверните окружность на 45° по часовой стрелке около точки A.

1049. Начертите квадрат $ABCD$ со стороной 4 *см* и проведите диагонали AC и BD. Поверните квадрат на 90° по часовой стрелке около точки O пересечения этих диагоналей. В какие точки перейдёт каждая вершина квадрата при этом повороте?

1050. Начертите треугольник OAB с вершинами O (0; 0), A(3;0); B(0; 5). Поверните этот треугольник на 90° против часовой стрелки вокруг точки O.

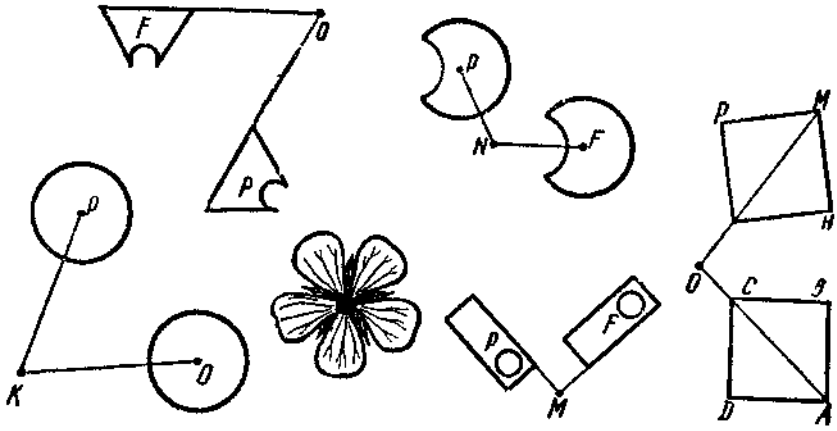


Рис. 190.

1051. Какие из фигур, изображённых на рисунке 190, получены поворотом около данного центра?

▼

1052. Отметьте точки A, B и C. Поверните точки A и B вокруг точки C на 45° по часовой стрелке.

1053. Начертите прямоугольник $ABCD$ со сторонами 6 *см* и 2 *см*. Поверните этот прямоугольник на 90° по часовой стрелке вокруг вершины A.

1054. Возьмите отрезок AB и точку O вне отрезка. Выполните поворот отрезка AB около точки O на угол 120° по часовой стрелке.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

87. Из истории арифметики и алгебры.

А р и ф м е т и к о й древние греки называли науку о свойствах натуральных чисел (от слова arithmos — число). Уже очень давно люди заметили различие между чётными и нечётными числами. Различными свойствами натуральных чисел интересовались уже несколько тысяч лет тому назад учёные древнего Вавилона. От них интерес к свойствам натуральных чисел перешёл к учёным древней Греции.

Греки изучили вопрос о делимости чисел. Они изучали числа, равные сумме всех своих делителей (меньших самого числа). Такие числа они называли совершенными. Совершенными числами являются, например, числа 6 и 28. Число 6 равно сумме своих делителей 1, 2 и 3. Число 28 равно сумме своих делителей 1, 2, 4, 7 и 14. Понятие общего наибольшего делителя и общего наименьшего кратного, простых и составных чисел восходит к древнегреческой математике. О них писал живший в египетском городе Александрии математик Евклид в своей книге «Начала», бывшей на протяжении двух тысячелетий основным учебником математики. Евклид знал, что простых чисел бесконечно много, что каждое составное число можно единственным образом разложить в произведение простых множителей.

Для отыскания простых чисел греческий учёный Эратосфен, живший в III в. до н. э., придумал такой способ. Он записывал все числа от 2 до какого-то числа, а потом вычёркивал через одно все числа, идущие после двух (то есть числа 4, 6, 8, 10, 12 и т. д.). Первым оставшимся после 2 числом было 3. Далее вычёркивались через два на третье все числа, идущие после 3 (то есть числа 6, 9, 12 и т. д.). В конце концов оставались невычеркнутыми только п р о с т ы е числа. На рисунке 191 изображён процесс Эратосфена для чисел от 2 до 40. Так как греки писали на покрытых воском табличках, а числа не вычёркивали, а выкалы-

Рис. 191.

вали иглой, то табличка в конце вычисления напоминала решето. Поэтому метод Эратосфена называют «решетом Эратосфена». В этом решете отсеиваются простые числа от составных. Из рисунка 191 видно, что простыми числами от 2 до 40 являются числа 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37.

Древних греков интересовали числа, которые выражали количество точек, расположенных в виде некоторой геометрической фигуры — треугольника, квадрата и т. д. Например, числа 1,3,6, 10 они называли **треугольными** (рис. 192), а числа 1, 4, 9, 16— **квадратными** (рис. 193). Изображение таких чисел в виде геометрических фигур позволяло греческим учёным обнаруживать интересные свойства таких чисел. Например, из рисунка 194 видно, что $16=1+3+5+7$. Вообще, если сложить нечётные числа, идущие подряд от 1 до какого-то нечётного числа, то сумма всегда будет квадратом какого-то числа.

В связи с изучением звуковых сочетаний греческие учёные рассматривали различные средние. Они знали не только среднее **арифметическое** двух чисел a и b, но и среднее геометрическое и среднее гармоническое. **Средним геометрическим** чисел a и b называли такое число c, что $a : c = c : b$. Например, если $a=18$, $b=2$, то $c=6$, так как $18:6=6:2$. А **среднее гармоническое** двух чисел — это частное от деления произведения этих чисел

Рис. 192.

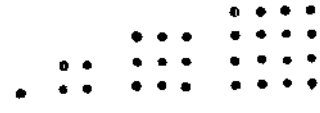


Рис. 193.

Рис. 194

на их среднее арифметическое. Например, чтобы найти среднее гармоническое чисел 18 и 2, надо сначала найти их среднее арифметическое. Оно равно 10. А потом надо разделить на 10 произведение чисел 18 и 2. В частном получится 3,6. Значит, среднее гармоническое чисел 18 и 2 равно 3,6.

В самых древних дошедших до нас письменных источниках — в египетских папирусах и вавилонских глиняных табличках — встречаются не только натуральные числа, но и д р о б и. Они были нужны, чтобы выразить результат измерения длины, площади, веса в случае, когда единица измерения не укладывалась в измеряемой величине целое число раз. Тогда вводили новую, меньшую единицу измерения. Названия этих единиц измерения и стали первыми названиями дробей. Например, у римлян унция сначала была названием двенадцатой доли единицы веса. А потом слово «унция» стало обозначать двенадцатую долю любой величины, и стало возможно говорить о семи унциях пути (то есть о семи двенадцатых пути).

Первой дробью, с которой познакомилось человечество, была половина. У всех народов название половины не связано с числительным «два». В то же время, например в русском языке, названия всех долей связаны с названиями числительных—треть от слова «три», четверть от слова «четыре» и т. д.

У египтян были особые знаки для дробей: $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{3}$, а все остальные дроби они записывали в виде суммы долей. Например:

$$\frac{7}{12}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}, \quad \frac{5}{24}=\frac{1}{8}+\frac{1}{12}.$$

В древнем Вавилоне дроби были шестидесятеричными, то есть записывались, например, в виде 4; 52; 03. Это означало $4+\frac{52}{60}+\frac{3}{60^2}$ (конечно, и египтяне и вавилоняне пользовались для обозначения цифр знаками, совсем непохожими на наши). И сейчас, когда мы пишем 3 *ч* 21 *мин* 47 *сек*, то, по сути дела, записываем доли часа по шестидесятеричной системе счисления.

В древней Руси были дроби «половина» и «треть», а остальные получались из них делением пополам. Например, говорили не «одна двенадцатая», а «пол-пол-трети».

Уже у древних греков появляется запись дробей с помощью числителя и знаменателя. Только знаменатель они записывали сверху, а числитель — снизу. Писать сверху числитель, а снизу

знаменатель стали впервые индусы около 1500 лет тому назад. Но они не писали черты между числителем и знаменателем. Дробная черта стала общеупотребительной лишь в XVI в.

В старину, как правило, применяли обыкновенные дроби. Это объяснялось сложностью системы мер, в которой единицы измерения делились и на 12, и на 16, и на 40 частей. Только учёные использовали вавилонские шестидесятеричные дроби. Но потом было замечено, что самыми удобными для вычислений являются десятичные дроби. Но только в XVII—XVIII вв. они получили всеобщее распространение. Окончательно десятичные дроби стали наиболее употребительными после введения десятичной системы мер и весов.

После V в. н. э. математические исследования в Европе почти прекратились. Христианские императоры под страхом смертной казни запрещали занятия математикой, астрономией и другими «языческими» науками. Центр математических исследований переместился в арабские страны. Арабы перевели творения Архимеда, Евклида и других греческих учёных. Большой вклад в математику внесли учёные, происходившие из Средней Азии (узбеки, таджики) и писавшие на арабском языке.

Арабы не только сохранили древнегреческую науку, но и сами получили важные научные результаты. Они развили науку об уравнениях. Одно из правил для решения уравнений — перенесение членов уравнения в другую часть с противоположным знаком, называлось по-арабски «аль-джебр», то есть восстановление. Поэтому и науку о решении уравнений стали называть алгеброй. Некоторые алгебраические понятия и сейчас имеют арабские названия, например «алгоритм» — совокупность действий, выполняемых в определённом порядке.

Развитие промышленности, ремесла, архитектуры, мореплавания вызвали подъём наук в Западной Европе. Первые европейские математики обучались в арабских университетах, но уже в XIII в. начинают выходить книги по математике сначала в Италии, а потом в Германии, Франции и других европейских странах. Дальнейшее развитие получила алгебра. При этом сначала все записи делали словами. Это было неудобно и занимало много места. Постепенно стали появляться сокращённые обозначения для арифметических действий, вместо неизвестных величин стали писать буквы, появились скобки, знаки для равенства и неравенства. Позже всего появились современные обозначения

Р. Декарт

П. Л. Чебышев

И. М. Виноградов

для степеней. Полностью развил буквенные обозначения и правила действий над буквами французский математик и философ Декарт, живший в XVII в.

Развитие алгебры потребовало дальнейшего обобщения понятия о числе. При решении уравнений стали появляться отрицательные ответы. Сначала европейские математики считали эти ответы нелепыми, не имеющими смысла, хотя уже индусские математики в XII в. истолковывали различие между положительными и отрицательными числами как различие между «имуществом» и «долгом». Полное объяснение отрицательным числам и обоснование действий над ними дал Декарт. Он стал изображать положительные и отрицательные числа точками числовой прямой. Чтобы изображать формулы, Декарт ввёл координатную плоскость. Со времён Декарта алгеброй стали называть науку об уравнениях и действиях с буквенными выражениями. Теперь и изучение свойств арифметических действий тоже считают частью алгебры.

Наряду с развитием алгебры продолжалось изучение свойств натуральных чисел. Большой вклад в изучение натуральных чисел внёс знаменитый русский математик П. Л. Чебышев (1821—1894). Он доказал, например, что если натуральное число больше, то между числами n и $2n-2$ есть хотя бы одно простое число (их может быть

и больше, например, если $n=10$, то между числами 10 и 18 три простых числа — 11, 13 и 17).

Некоторые задачи о натуральных числах формулируются так просто, что их может понять даже школьник V класса. Но решить эти задачи иногда не удаётся даже самым крупным учёным. Например, более 200 лет тому назад было замечено, что любое чётное число является суммой двух простых чисел, например: $4=2+2$, $6=3+3$, $8=3+5$, $10=3+7$, ..., $100=41+59$ и т. д. Но доказать это утверждение не удавалось никому. Только в 1937 г. советский математик И. М. Виноградов сделал большой, решающий шаг в решении этой задачи. Он доказал, что все нечётные числа, начиная с некоторого, являются суммами трёх простых чисел. Отсюда следует, что все чётные числа, начиная с некоторого, равны сумме четырёх простых чисел.

88. Задачи повышенной трудности.

1055. Какой цифрой кончается:

а) сумма $26 \cdot 27 \cdot 28 \cdot 29 + 51 \cdot 52 \cdot 53 \cdot 54$;

б) разность $41 \cdot 43 \cdot 45 \cdot 47 - 37 \cdot 39 \cdot 41 \cdot 42$;

в) произведение всех натуральных чисел от 7 до 81 включительно;

г) сумма всех трёхзначных чисел?

1056. Заполните пустые клетки (рис. 195) так, чтобы сумма чисел в трёх соседних клетках как по вертикали, так и по горизонтали равнялась 12.

	5						
					1		
6							
			2				

Рис. 195.

1057. Узнайте, какие цифры обозначены буквами, если каждая буква означает лишь одну цифру:

```
_ муха |ха
  ха   |уха
 _кх
  ар
 _уха
  уха
    0
```

1058. В магазине было шесть разных ящиков с замазкой в 15 *кг*, 16 *кг*, 18 *кг*, 19 *кг*, 20 *кг*, 31 *кг*. Два покупателя взяли пять ящиков. Один из них взял по весу в 2 раза больше, чем другой. Какой ящик остался в магазине?

1059. На аэродром к прибытию самолёта из почтового отделения был послан мотоциклист. Самолёт прибыл раньше установленного срока, и привезённая почта тут же была направлена в почтовое отделение с верховым. Проехав полчаса, верховой встретил мотоциклиста, который принял почту от верхового, и, не задерживаясь, повернул обратно. В почтовое отделение мотоциклист прибыл на 20 *мин* раньше, чем следовало. На сколько минут раньше срока самолёт прибыл на аэродром?

1060. Продаются чайные чашки по 75 коп., 70 коп., 60 коп., 50 коп., 40 коп. и блюдца по 58 коп., 42 коп., 32 коп. Сколько различных наборов из одной чашки и одного блюдца можно составить? Какой набор будет самым дешёвым и какой — самым дорогим? Могут ли оказаться два различных набора с одинаковой ценой?

1061. В розыгрыше первенства по футболу участвуют 17 команд. Каждая команда с каждой из остальных сыграть должна 2 раза: один раз на своём поле, а другой — на чужом. Сколько матчей будет проведено в турнире?

1062. Туристы увидели огромную стену. Её длина 20 *м*, высота 3 *м*, а вес 1,8 *т*. Может ли ветер опрокинуть эту стену, если 1 $см^3$ стены весит 3 *г*?

1063. Можно ли выбрать 5 чисел из таблицы, у которых сумма равна 20?

1	1	1
3	3	3
5	5	5
7	7	7

1064. Даты часто записывают так: пишут число, номер месяца и две последние цифры года (например, 9.5.45 — девятое мая 1945 г.). Сколько раз в течение XX века дату можно

записать, используя лишь одну цифру (например: 5.5.55— пятое мая 1955 г.)?

1065. Бригада косцов в первый день скосила половину луга и ещё 2 *га*, а во второй день — 25% оставшейся части и последние 6 *га*. Найдите площадь луга.

1066. Пассажир, проезжая в трамвае, заметил знакомого, который шёл вдоль линии трамвая в противоположную сторону. Через 10 *сек* пассажир вышел из трамвая и пошёл догонять своего знакомого. Через сколько секунд он догонит знакомого, если он идёт в 2 раза быстрее знакомого и в 5 раз медленнее трамвая?

1067. Расстояние между туристскими базами A и B 46 *км*. Группа туристов вышла с турбазы A в направлении турбазы B со скоростью $5\frac{км}{ч}$. Через 2 *ч* с турбазы B навстречу первой группе вышла со скоростью $4\frac{км}{ч}$ другая группа туристов. Через сколько часов после своего выхода вторая группа встретится с первой?

1068. Велосипедист едет из одного города в другой со скоростью $10\frac{км}{ч}$. Если бы он ехал со скоростью $12\frac{км}{ч}$, то приехал бы на 4 *ч* раньше. Каково расстояние между городами?

1069. Мотоциклист выехал из города A в город B. Если он будет ехать со скоростью $35\frac{км}{ч}$, то опоздает на 2 *ч*. Если же его скорость будет $50\frac{км}{ч}$, то он приедет на 1 *ч* раньше срока. Найти расстояние между городами A и B и время, которое должен был затратить мотоциклист, чтобы приехать вовремя.

1070. Турист решил отправиться из одного города в другой не пешком, а воспользовавшись попутным транспортом. Первую половину пути он проехал на автомашине в 10 раз быстрее, чем если бы шёл пешком, а вторую половину пути он двигался на волах — в два раза медленнее, чем если бы шёл пешком. Сэкономил ли время турист тем, что проехал весь путь, а не прошёл его пешком?

1071. Поезд проходит мост длиной 450 *м* за 45 *сек*, а мимо будки стрелочника — за 15 *сек*. Вычислите длину поезда и его скорость.

1072. Саше и Лене куплены пальто, ботинки и шапочки. Всего заплатили 75 руб. Каждая вещь, купленная для Саши, стоит в 1,5 раза дороже, чем такая же вещь, купленная для Лены. Сашино пальто в 10 раз дороже его шапочки и в 3 раза дороже ботинок и шапочки Лены. Сколько стоит каждый купленный предмет?

1073. Собрали 100 *кг* грибов. Оказалось, что их влажность 99%. Когда грибы подсушили, влажность снизилась до 98%. Сколько стали весить грибы после подсушивания?

1074. Путешественник должен пересечь пустыню. Его путь равен 80 *км*. За один день он проходит 20 *км* и может нести запас пищи и воды на 3 дня. Поэтому он должен делать промежуточные станции и создавать на них запасы пищи и воды. За сколько дней он сможет пересечь пустыню?

1075. Город расположен на 10 островах. Эти острова соединены мостами. В путеводителе по городу было напечатано, что с 5 островов ведут по одному мосту на материк, на 4 островах берут начало 4 моста, на 3 островах — 3 моста и на одном острове — 1 мост. Докажите, что в этих сведениях содержится ошибка.

1076. В комнате стоят 10 больших ящиков. В некоторых из них есть ещё по 10 меньших ящиков, а в некоторых из меньших ящиков есть по 10 совсем маленьких ящиков. Всего заполнено 54 ящика. Сколько всего ящиков находится в комнате?

1077. Взяли 6 больших листов бумаги и часть из них разрезали на 7 кусков каждый. Некоторые из этих кусков снова разрезали на 7 кусков и так сделали несколько раз. Может ли в результате получиться 67 кусков бумаги? А 72 куска?

1078. Путешественник ехал в автобусе и увидел, что на километровом столбе написано двузначное число. Он уснул, а через час проснулся и увидел, что на километровом столбе написано трёхзначное число, первая цифра которого такая же, как вторая цифра час тому назад, вторая цифра — нуль, а третья — такая же, как первая цифра час тому назад. Ещё через два часа он выглянул в окно автобуса и увидел, что на километровом столбе число такое же, как два часа тому назад, только цифра 0 заменилась иной цифрой. Найти скорость автобуса.

1079. В зале было почти 100 стульев. Так как пришло много зрителей, то принесли ещё столько же стульев, сколько было в зале. После этого $\frac{1}{12}$ всего числа стульев оказалась незанятой. Сколько было стульев в зале и сколько было зрителей?

1080. Часть жителей одного города умеет говорить только по-русски, часть —только по-узбекски и часть умеет говорить на обоих языках. По-узбекски говорят 85 % жителей, а по-русски —75 %. Сколько процентов жителей говорят на обоих языках?

1081. Разделите 7 яблок на 12 человек поровну, разрезая каждое яблоко не более чем на 5 частей.

1082. Как разрезать торт в 600 *г* на части, чтобы его можно было разделить поровну и на троих, и на четверых человек. Постарайтесь сделать как можно меньше кусков.

1083. Я отпил $\frac{1}{6}$ чашечки чёрного кофе и долил её молоком. Затем я выпил $\frac{1}{3}$ чашечки и снова долил её молоком. Потом я выпил полчашечки и снова долил её молоком. Наконец я выпил полную чашечку. Чего я выпил больше — кофе или молока?

1084. Поезд проходит путь от станции A до станции B за 10 *ч*. Если бы скорость поезда была на $10\frac{км}{ч}$ больше, он прошёл бы этот путь за 8 *ч*. Найдите скорость поезда и расстояние между станциями A и B.

1085. Сеня взял в столовой 3 порции винегрета, а Саша—2 порции. За столом к ним присоединился Костя и они разделили весь винегрет поровну. При расчёте оказалось, что Костя должен уплатить товарищам 25 коп. Сколько денег из этой суммы должен получить Сеня и сколько Саша? Сколько стоит одна порция винегрета?

1086. Из железного прута хотят сделать цепь либо в 80 звеньев, либо в 100 звеньев. Во втором случае каждое звено окажется на 5 *г* легче. Сколько весит прут?

1087. Мама купила яблоки для своих детей — Вани, Нины и Миши. Дети должны были поделить яблоки между собой поровну. Ваня пришёл домой первым, сосчитал яблоки, взял третью часть и ушёл. Потом пришла Нина и, полагая,

что она пришла первой, сосчитала оставшиеся яблоки, взяла третью часть этих яблок и ушла. Наконец, пришёл Миша и взял третью часть оставшихся яблок. После этого в сумке осталось 8 яблок. Сколько яблок купила мама для своих детей?

1088. С рынка возвращались две колхозницы. Одна спросила другую: «Что Вы продавали?» Последовал ответ: «Я продавала живых цыплят, и получилось так, что первому покупателю я продала половину всех цыплят и ещё полцыплёнка, второму — половину оставшихся у меня цыплят и ещё полцыплёнка. Третьему покупателю я также продала половину цыплят, оставшихся после второго покупателя и ещё полцыплёнка. А больше цыплят у меня не осталось». Сколько цыплят продала колхозница?

1089. Петя съел $\frac{1}{3}$ всех яблок и ещё 2 яблока, Сеня съел $\frac{1}{4}$ всех яблок и ещё 1 яблоко, а Коля — половину того, что осталось после Пети и Сени. После этого осталась $\frac{1}{6}$ часть первоначального числа яблок. Сколько яблок было в начале?

1090. Из 8 монет одна фальшивая (более лёгкая). Как определить фальшивую монету двумя взвешиваниями на весах с двумя чашечками без гирь?

1091. Среди 20 одинаковых на вид монет имеется одна фальшивая, которая легче, чем настоящая. С помощью трёх взвешиваний на весах с чашечками без гирь определить фальшивую монету.

1092. Среди 27 монет одна фальшивая. По виду её отличить от остальных невозможно. Определите фальшивую монету с помощью трёх взвешиваний на весах с чашечками без гирь, если известно, что фальшивая монета тяжелее, чем настоящая.

1093. Длина линейки без делений 13 *см*. Как поставить 4 деления внутри линейки так, чтобы с её помощью можно было отложить отрезки длиной в 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 *см*?

1094. В корзине лежат 120 шаров. Из них 32 синих, 26 красных, 14 зелёных, 28 белых, а остальные — коричневые, жёлтые и пёстрые. Какое наименьшее число шаров надо вынуть

из корзины не глядя, чтобы быть уверенным, что среди них есть 20 шаров одного цвета.

1095. В 1964 г. мне исполнилось столько лет, какова сумма цифр года моего рождения. В каком году я родился и сколько мне лет?

1096. Докажите, что с помощью разновесок в 1, 2, 4, 8, 16 *г* можно взвесить любой вес от 1 до 31 *г*, кладя гири лишь на одну чашку весов.

1097. Докажите, что с помощью разновесок в 1, 3, 9 и 27 *г* можно взвесить любой вес от 1 до 40 *г*.

1098. Тома «Детской энциклопедии» стояли в таком порядке: 1, 2, 6, 10, 3, 8, 4, 7, 9, 5. Как поставить их по порядку, если можно брать два соседних тома и ставить их, не меняя порядка, рядом на новое место (в начало, конец или между двумя томами)?

1099. Можно ли разрезать шахматную доску без противоположных угловых клеток (рис. 196) на прямоугольники из двух клеток?

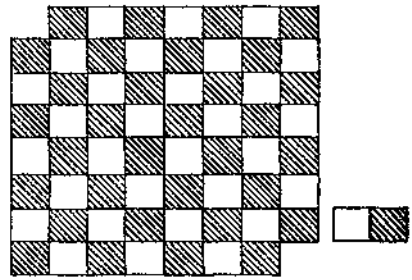


Рис. 196.

1100. Бидон, ёмкость которого 10 *л*, наполнен молоком. Требуется перелить из этого бидона 5 *л* в семилитровый бидон, используя при этом ещё один бидон, вмещающий 3 *л*. Как это сделать?

1101. У меня есть только стенные часы, которые остановились. Я отправляюсь к своему знакомому, часы которого идут верно, нахожусь у него некоторое время и, возвратившись домой, ставлю свои часы верно. Каким образом мне удалось это сделать, если предварительно мне не было известно, сколько времени занимает дорога (в обе стороны я шёл с одной и той же скоростью)?

1102. В соревновании по бегу участвовали три бегуна: Авдеев, Васильев и Семёнов. Перед забегом один зритель сказал, что первым придёт Авдеев, второй — что Семёнов не будет последним, а третий — что Васильев не придёт первым. После забега оказалось, что один зритель угадал, а два других ошиблись. Как закончились соревнования?

1103. Четыре ученицы: Аня, Валя, Галя и Даша, заняли первые четыре места на соревнованиях по гимнастике, причём никакие две из них не делили между собой какие-нибудь два места. На вопрос, какое место заняла каждая из них, трое зрителей дали три разных ответа:

1) Аня заняла второе место, Даша — третье;

2) Аня — первое, Валя — второе;

3) Галя — второе место, Даша — четвёртое.

В каждом из этих ответов одно высказывание верно, а другое — неверно. Какое место заняла каждая участница?

1104. Найдите шестизначное число, которое кончается на 137 и делится на 7, 11 и 13.

1105. Несколько кружков одинакового радиуса разложено в виде квадрата. При этом 5 кружков оказались лишними. Если каждую сторону квадрата увеличить на 1 кружок, то не хватит 8 кружков. Сколько было кружков?

1106. Написаны две последовательности чисел, по 60 в каждой:

2, 7, 12, 17, 22, 27, ..., 297;

2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, ..., 179.

Сколько таких чисел, которые входят и в первую и во вторую последовательности?

1107. Отец поручил сыну измерить длину двора шагами. Это было зимой, и потому на снегу оставались следы сына. Для проверки отец измерил ту же длину двора своими шагами. Отец шагал с того же места, что и сын, и шёл в том же направлении, так что в некоторых случаях следы отца и сына совпадали. Всего следов на снегу получилось 61. Чему равна длина двора, если шаг сына 0,54 *м*, а шаг отца 0,72 *м*?

1108. На 3 карточках написали числа 1, 2, 3. Потом карточки перевернули, перемешали и на оборотных сторонах написали те же числа 1, 2, 3. Числа, написанные на обеих сторонах каждой карточки, сложили и полученные суммы перемножили. Может ли при этом получиться нечётное произведение?

1109. Докажите, что любую сумму денег, бóльшую 8 коп., можно уплатить одними лишь трёхкопеечными и пятикопеечными монетами без сдачи.

1110. Напишите общий вид чисел, дающих при делении на 4:

а) в остатке 1;

б) в остатке 2;

в) в остатке 3.

1111. Найдите среди чисел вида $3n + 1$ три числа, которые кратны 5.

1112. Найдите среди чисел вида $3k + 2$ числа, кратные 5.

1113. При делении на 2 число даёт в остатке 1, а при делении на 3 — остаток 2. Какой остаток даёт это число при делении на 6?

1114. Число оканчивается цифрой 2. Если переставить эту цифру в начало, число удвоится. Найдите это число.

1115. Найдите наименьшее число, которое при делении на 2 даёт в остатке 1, при делении на 3 — остаток 2, при делении на 4 — остаток 3, при делении на 5 — остаток 4, при делении на 6 — остаток 5, при делении на 7 — остаток 6.

1116. Найти наименьшее число, которое делится на 7, а при делении на 2, 3, 4, 5 и 6 даёт остаток 1.

1117. Найдите четыре натуральных числа, таких, что сумма произведения любых трёх из них и 1 делится на четвёртое число.

1118. Сколько делителей у числа $3^6 \cdot 5^4$?

1119. Я задумал трёхзначное число. Если из цифр этого числа составить всевозможные двузначные числа и затем их сложить, то треть суммы и будет равна задуманному числу. Найдите задуманное число.

1120. Найдите все числа, при делении которых на 7 в частном получится то же число, что и в остатке.

1121. Выведите признак делимости чисел на 9.

1122. Число состоит из семи цифр 8, девяти цифр 1 и цифры 5. Делится ли оно на 9?

1123. Делится ли на 9 число $10^{33} + 8$?

1124. Делится ли на 81 число, записанное 81 единицей?

1125. Докажите, что сумма любых двух последовательных нечётных чисел делится нацело на 4.

1126. Если между двумя цифрами двузначного числа вписать нуль, то полученное трёхзначное число будет в 9 раз больше первоначального. Найти двузначное число.

1127. Цифры трёхзначного числа записали в обратном порядке и из большего из полученных двух чисел вычли меньшее. Доказать, что разность делится на 9.

1128. К числу 10 припишите справа и слева по одной цифре так, чтобы получилось число, кратное 72.

1129. К числу 43 припишите слева и справа по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 45.

1130. Докажите, что наименьшее общее кратное двух соседних натуральных чисел равно их произведению.

1131. Может ли сумма четырёх последовательных натуральных чисел быть простым числом?

1132. Найдите пересечение множества чётных чисел и множества простых чисел.

1133. Может ли существовать прямоугольный параллелепипед, длины рёбер которого — натуральные числа, а площадь поверхности — простое число?

1134. Сократите дроби:

$$\frac{37\,373\,737}{81\,818\,181};\qquad \frac{609\,609\,609}{205\,205\,205}.$$

1135. Найдите значение дроби:

$$\frac{382+498\cdot 381}{382\cdot 498-116}.$$

1136. Найдите значение выражения:

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{19\cdot 20}.$$

1137. Даны несколько натуральных чисел. Каждое из них разделили на сумму всех данных чисел. Чему равна сумма всех частных?

1138. Цифры зашифрованы буквами. Одинаковые буквы означают одинаковые цифры. Узнайте, какая буква какую цифру заменяет по записям:

а)
$$\begin{array}{r} \text{BDCE} \\ +\ \text{BDCE} \\ \hline \text{AECBE} \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} \text{CDEBC} \\ -\ \text{ABCD} \\ \hline \text{ACAC} \end{array}$$

1139. Восстановить цифры, заменённые звёздочками:

а)
$$\begin{array}{r} 39* \\ \times\ 3* \\ \hline **8* \\ 1191 \\ \hline 1**98 \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} **5 \\ \times\ 4* \\ \hline 3** \\ *2** \\ \hline 1**** \end{array}$$

1140. Начерчен угол в 66°. С помощью циркуля и линейки разделите его на 11 равных частей.

1141. Возьмите внутри треугольника ABC точку M и соедините её с вершинами B и C данного треугольника. Докажите, что углы, образованные при точке M, больше угла A.

1142. Два корабля стоят недалеко от берега. С одного корабля на другой послана шлюпка, которая должна по пути высадить на берег патруль. Найдите кратчайший путь шлюпки, считая берег прямой линией.

1143. По разные стороны реки на различных расстояниях от её берегов находятся два посёлка. Предполагая, что берега реки прямолинейны и параллельны, найти, в каком месте нужно построить мост, чтобы дорога между посёлками была кратчайшей.

1144. Докажите, что плоскость можно замостить паркетом из равных между собой четырёхугольников произвольной формы.

* * *

В древних рукописях и старых книгах есть много интересных математических задач. Несколько таких задач, доступных учащимся V класса, приводятся ниже.

1145. Приходит пастух с 70 быками. Счётчик скота спрашивает его: «Сколько скота приводишь ты из своего многочисленного стада?» Ему сказано пастухом: «Я привёл тебе две трети от трети скота; определи, сколько скота в стаде». (Египет, около 2000 л. до н. э.)

1146. Диофант (греческий математик) провёл шестую часть своей жизни в детстве, двенадцатую в юности; после седьмой части, проведённой в бездетном супружестве, и ещё 5 лет у него родился сын, умерший по достижении полови-

ны числа лет жизни отца, после чего Диофант прожил только 4 года. Скольких лет умер Диофант? (Греция.)

1147. Пятая часть пчелиного роя сидит на цветах жасмина, одна треть — на цветах гиацинта. Утроенная разность последних двух чисел пчёл отправилась к цветам роз. И осталась ещё одна пчёлка, летающая взад и вперёд. Скажи мне, сколько всех пчёл? (Индия, VII в. н. э.)

1148. Некто согласился работать с условием получить в конце года одежду и 10 флоринов (монет.) Но по истечении 7 месяцев прекратил работу и при расчёте получил одежду и 2 флорина. Во сколько ценилась одежда? (Германия, XVI в. н. э.)

1149. Трое имеют по некоторой сумме денег каждый. Первый даёт из своих денег двум другим столько,сколько есть у каждого. После него второй даёт двум другим столько, сколько каждый из них имеет. Наконец, и третий даёт двум другим столько, сколько есть у каждого. После этого у каждого оказывается по 8 экю (монет.) Спрашивается, сколько денег было у каждого вначале? (Франция, XVII в. н. э.)

ПРИЛОЖЕНИЕ.

Таблица простых чисел (до 997).

2	109	269	439	617	811
3	113	271	443	619	821
5	127	277	449	631	823
7	131	281	457	641	827
11	137	283	461	643	829
13	139	293	463	647	839
17	149	307	467	653	853
19	151	311	479	659	857
23	157	313	487	661	859
29	163	317	491	673	863
31	167	331	499	677	877
37	173	337	503	683	881
41	179	347	509	691	883
43	181	349	521	701	887
47	191	353	523	709	907
53	193	359	541	719	911
59	197	367	547	727	919
61	199	373	557	733	929
67	211	379	563	739	937
71	223	383	569	743	941
73	227	389	571	751	947
79	229	397	577	757	953
83	233	401	587	761	967
89	239	409	593	769	971
97	241	419	599	773	977
101	251	421	601	787	983
103	257	431	607	797	991
107	263	433	613	809	997

Наум Яковлевич Виленкин,
Константин Иванович Нешков,
Семен Исаакович Шварцбурд,
Алексей Дмитриевич Семушин,
Александр Семенович Чесноков

МАТЕМАТИКА

5 класс

Редактор *Э. К. Викулина*

Художник обложки *С. А. Соколов*

Художественный редактор *Е. Н. Карасик*

Технический редактор *В. Ф. Коскина*

Корректор *К. А. Иванова*

Сдано в набор 8/II 1971 г. Подписано к печати 2/IV 1971 г. 60×90¹/₁₆. Бумага тип. № 2. Печ. л. 15,0. Уч.-изд. л. 11,89. Тираж 1000 тыс. (2 000 001—3 000 000) экз. (Пл. 1971 г.) Заказ № 708

Издательство «Просвещение» Комитета по печати при Совете Министров РСФСР, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41

Саратовский ордена Трудового Красного Знамени полиграфический комбинат Росглавполиграфпрома Комитета по печати при Совете Министров РСФСР. Саратов, ул. Чернышевского 59

Цена без переплета 15 к., переплет 8 к.

23к.